

# Der erklärende Lehrer ist der schlechte Lehrer

---

12. Berliner Tag der Mathematik

Technische Fachhochschule Berlin - 05. Mai 2007

Arne Madincea

# Die Mathe-Lok

---



Braunschweiger Zeitung vom 21.09.2004

# Wissen & Forschen

## Ein ganz anderer **Mathematik**unterricht?

DER TAGESSPIEGEL vom 25.08.2004:

**Die Rechnung geht auf - Im Internat Salem erleben die Schüler einen ganz anderen Mathematik-Unterricht**

Wie das funktioniert? In allen Fächern, auch in Mathematik, sind die Schüler ständig aufgefordert, selbstständig etwas „zu produzieren“, sich durch ihr eigenes Handeln voranzubringen: „Nicht ‚Lehrer lehre‘ ist das Prinzip, sondern ‚Schüler lerne‘“, sagt der Salemer Studienleiter Manuel Schiffer. **Für den Mathematikunterricht heißt das etwa: Niemand soll durch ellenlange mathematische Beweise die Lust verlieren. Stattdessen konzentrieren sich die Schüler auf die praktische Anwendung von mathematischen Modellen, berechnen und optimieren beispielsweise den Inhalt von Getränkedosen.** Damit sammeln sie Erfolgserlebnisse und bauen eine neue Motivation auf. Der theoretische Überbau mit seinen Beweisen und Herleitungen wird nur in den Leistungskursen unterrichtet.

Für Manuel Schiffer ist das alles eine Frage der Psychologie – auch für die Lehrer. „Ein deutscher Lehrer fühlt sich einfach schlecht, wenn an der Tafel ein Satz ohne Beweis steht“, sagt Schiffer. Zu tief sitze bei ihnen aus dem Studium die wissenschaftliche Herangehensweise. Schiffer weiß, wovon er redet: Er hat jahrelang nach deutschen Lehrplänen unterrichtet, bevor er auf das IB-Curriculum umschwenkte. **„Früher habe ich den Schülern ein paar Stunden lang den Beweis für die quadratische Lösungsformel erklärt“, erinnert er sich, „und hinterher hat sich das trotzdem kein Mensch gemerkt. Aber alle waren erstmal frustriert, weil das so schwer ist.“**

Was beim IB stattdessen vorgesehen ist, widerstrebt allerdings noch dem Mathe-Verständnis vieler Lehrer: **Einfach die Formel an die Tafel zu schreiben und die Schüler damit arbeiten zu lassen.** „Wenn ich den Beweis weglasse, kann ich in der gesparten Zeit viele Aufgaben aus der Praxis rechnen. Damit verstehen die Schüler, was sie von der Formel haben, und sammeln erste Erfolgserlebnisse“, sagt Schiffer.

**Stattdessen lässt sie die Schüler lieber mit den Formeln praktisch arbeiten. So erreichen sogar die Übungsaufgaben ein höheres Niveau als jene aus dem Abitur-Lehrplan, weil der Taschenrechner die Zeit für die grundlegenden Rechentechniken einspart. Inzwischen ist diese Überlegung auch beim Kultusministerium in Baden-Württemberg auf offene Ohren gestoßen. Vor kurzem führte es die graphischen Taschenrechner landesweit ein – lange, nachdem sie beim IB schon zum Standard erhoben worden sind.**

# Thesen

---

## zur Bedeutung von Mathematik in der Schule



- Mathematik ist mit der Philosophie die älteste Kulturtechnik und Medium zur geistigen Erziehung von Menschen.
- Mathematik als Geisteswissenschaft (keine Rechentechnik!) erzieht zur Selbständigkeit und befähigt u.a. zu rationaler Analyse und strategischer Lösung von Problemen, sowie zu begründender Argumentation.

# Erziehung zur Selbständigkeit

---

Kennen Sie Kant?

22.04.1724 - 12.02.1804

- Selber denken macht geistig fett - Schüler sind keine intellektuellen Wiederkäufer!
- “Jemandes Gedanken nachahmen heißt nicht philosophieren, sondern man muß **selber denken** und zwar a priori.”
- Man kann nur selber laufen lernen, indem man selber läuft. Wer seine Schüler im Rollstuhl zur Mathematik fährt darf sich nicht wundern, wenn sie unselbständig bleiben.

# Erziehung zur Selbständigkeit

---

Kennen Sie Konfuzius?

551 v. Chr. - 479 v. Chr.

- Erkläre mir etwas auf die beste Weise und ich werde es bald vergessen.
- Zeige mir etwas und ich werde mich daran erinnern.
- Lass' mich etwas selbst versuchen und ich werde es verstehen.

# Aufgaben und Ziele

---

H. Bigalke: Förderung ...

- ... des wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens,
- ... des logischen Denkens,
- ... der Bereitschaft und Fähigkeit zum Argumentieren, Kritisieren und Urteilen,
- ... geistiger Initiative, Phantasie und Kreativität,
- ... des Anschauungsvermögens,
- ... der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit,
- ... der Fähigkeit, Mathematik anwenden zu können.

# Aufgaben und Ziele

---

H. Winter: Der Mathematikunterricht soll dem Schüler  
Möglichkeiten geben, ...

- ... schöpferisch tätig zu sein,
- ... rationale Argumentation zu üben,
- ... die praktische Nutzbarkeit der Mathematik zu erfahren,
- ... formale Fertigkeiten zu erwerben.

# 10 Gebote für Lehrer

---

Georg Polya: Vom Lösen mathematischer Aufgaben, Band 2

1. Man soll sich für seinen Gegenstand interessieren.
2. Man soll seinen Gegenstand kennen.
3. Man soll über das Wesen des Lernens Bescheid wissen: Die beste Art, etwas zu erlernen, ist, es selbst zu entdecken.
4. Man soll versuchen, von den Gesichtern seiner Schüler ihre Reaktionen abzulesen, versuchen, ihre Erwartungen und Schwierigkeiten zu erkennen, sich in ihre Lage zu versetzen.
5. Man soll ihnen nicht nur Kenntnisstoff, sondern auch praktisches Können, geistige Einstellungen, methodische Arbeitsgewohnheiten vermitteln.
6. Man soll sie erraten lernen lassen.
7. Man soll sie beweisen lernen lassen.
8. Man soll auf solche Schritte bei der Lösung der Aufgabe, die man gerade durchnimmt, achten, die bei der Lösung zukünftiger Aufgaben nützlich sein könnten - man soll versuchen, das allgemeine Schema freizulegen, das der gegebenen konkreten Situation zugrunde liegt.
9. Man soll nicht gleich sein ganzes Geheimnis preisgeben - man soll die Schüler raten lassen, ehe man es preisgibt - man lasse sie soviel wie irgend möglich selbst herausfinden.
10. Man lege nahe, aber zwinge nicht auf.

# Die unterrichtliche Faulheit

---

von Schülern, Lehrern (und Eltern)

- Vorlesung und Konsum
- Regelhefte und Übung (Nürnberger Trichter)
- “Ich hab da noch mal eine Frage” - “Ich habe das **Alles** nicht verstanden”.
- “Sie lassen mein Kind im Regen stehen. - Ist das denn nun richtig?”.
- “Ich mache es so, weil mein alter Lehrer es so gesagt hat”.

# Schüleräußerungen

---

## Beispiele aus mehreren Klassenstufen

- Florian: “Wie müssen wir das machen?” ...
- Christina: “Nun sagen Sie schon wie das geht!” ...
- Christoph: “Es macht keinen Spaß mehr, denn wir dürfen nichts mehr selber machen.”
- Lewin: “Gehen Sie ins Lehrerzimmer Kaffee trinken, wir schaffen das in 15 Minuten.”
- Daniela: “Nein, wir möchten keinen Tipp, wir wollen das selber herausbekommen.”
- Johanna: “Ich habe eine einfachere Begründung gefunden.” ...

# Fragen und Antworten

---

## Tipps zur Unterrichtsgestaltung - Es gibt keinen Königsweg

- Learning by doing.
- Problemorientiert statt ergebnisorientiert unterrichten: Der **Weg** ist der Lerninhalt und nicht das Ergebnis.
- Problemlösesituationen: Auch erfahren, dass man ein Problem **nicht** lösen kann.
- Entdeckendes Lernen.
- Wer sich die Zeit zum **Verstehen** nimmt, der benötigt weniger Zeit zum Üben und “Lernen”.
- Mathematische Bildung hat mehr mit Gedanken, Papier und Bleistift zu tun, und weniger mit der Bedienung eines Computerprogramms.
- Hausaufgaben können auch darin bestehen, z.B. 15 Minuten über eine Problemlösungsstrategie nachzudenken.
- Unterrichtsstunden müssen nicht immer mit einem fixierten Stundenergebnis (Thema) enden. Auch die Erkenntnis, dass man das Ziel noch nicht erreicht hat (warum?), ist eine wichtige Erkenntnis!

# Unterrichtsbeispiele

---

aus verschiedenen Klassenstufen

- Dreieck, Viereck und Quadrate (7)
- Viereck und Winkelhalbierende (8)
- Flächenverwandlung von Rechtecken (9)
- Kreis - Sehne - Sinus (10)
- Aussagen zu Zahlenfolgen (11)
- Wir basteln uns ein eigenes Nullstellenverfahren (12)
- Kurven 2. Ordnung in der affinen Ebene (13)

# Klassenstufe 7

## Klassenstufe 7:

1)	Elementare Prozentrechnung: Übung (1)	prozent1.pdf
2)	Elementare Prozentrechnung: Übung (2)	prozent2.pdf
3)	Elementare Prozentrechnung: Übung (2) - Lösung	prozen21.pdf
4)	Zahlssysteme	zahlsyst.pdf
5)	7-Bit-Code: ASCII - Tabelle	7bitcode.pdf
6)	Zum Assoziativgesetz der Addition	assoziat.pdf
7)	Rechenquadrate: Addition - Subtraktion rationaler Zahlen	rat-z-as.pdf
8)	Rechenquadrate: Multiplikation rationaler Zahlen	rat-z-m.pdf
9)	Rechenquadrate: Multiplikation - Division rationaler Zahlen	rat-z-md.pdf
10)	Rechenübung: Klammern	klammer7.pdf
11)	Aussagenlogik: und - oder - nicht	logik-71.pdf
12)	Aussagenlogik: Aufgaben	logik-72.pdf
13)	Woher kommt das Wort Algebra?	algebra7.pdf
14)	Aufgaben zur Propädeutik der Algebra	algebra.pdf
15)	Übungsaufgaben zu Aussageformen	algebra2.pdf
16)	Textaufgaben	textauf7.pdf
17)	Zuordnungen (Einstieg)	zuord-7.pdf
18)	Geometrie: Schatzsucherplan 1	geomet71.pdf
19)	Geometrie: Schatzsucherplan 2	geomet72.pdf
20)	Übung: Kongruenzsätze für Dreiecke	kongrunz.pdf
21)	Die Mittelparallele (Satz über die Seitenhalbierenden)	mittpara.pdf
22)	Dreieck, Viereck und Quadrate (Beweisübung)	quadrate.pdf
23)	Grundkonstruktionen und Linien im Dreieck (Eulersche Gerade)	eulgerad.pdf
24)	Das Mittendreieck (Eulersche Gerade)	mittdrei.pdf
25)	Kreis und Winkel (Umfangswinkelsatz / Satz des Thales)	umwinkel.pdf
26)	Der Achtpunktekreis (Übung: Mittelparallele / Satz des Thales)	p8-kreis.pdf
27)	Kreis und Gerade (Rechte Winkel und Folgerungen)	kreisger.pdf
28)	Kreis und Winkel II (Innenkreis und Zentriwinkel)	inwinkel.pdf
29)	Linien im Dreieck (Anwendung: Umfangswinkelsatz)	winkhalb.pdf
30)	Das Malfatti-Problem (Konstruktionsübung)	malfatti.pdf
31)	Flächeninhalt und Umfangslänge	dreiflae.pdf
32)	Die Ankreisfigur (Satz über den Neunpunkte- (Feuerbach-) Kreis)	ankreis.pdf

# Klassenstufe 8

## Klassenstufe 8:

- 1) Übungsaufgaben zu Aussageformen ..... algebra3.pdf
  - 2) Übung: Binomische Formeln ..... binomi.pdf
  - 3) Funktionsbegriff (Herleitung) ..... funk-1.pdf
  - 4) Kombinatorische Zählprinzipien: Pascalsches Dreieck ..... pascal.pdf
  - 5) Summenformeln ..... summform.pdf
  - 6) C. F. Gauß; (RIAS-Sendung) ..... gauss.pdf
  - 7) Zinsrechnung: Monatszinsen (Zeitungsausschnitte) ..... kredit81.pdf
  - 8) Kreditplan: monatliche Rate / Effektivzinssatz ..... kredit82.pdf
  - 9) Geometrie: Satz - Kehrsatz über Vierecke ..... geomet8.pdf
  - 10) Flächeninhalt von Vierecken ..... viereck.pdf
  - 11) Seitenhalbierende und Flächeninhalt ..... seithalb.pdf
  - 12) Geometrie und Koordinatensystem (Flächeninhalt eines Dreiecks) ..... dreifla2.pdf
  - 13) Flächeninhalte (Übung: Koordinatengeometrie) ..... dreifla5.pdf
  - 14) Höhendreieck und Kollinearität (Übung: Geradengleichungen) ..... kollinear.pdf
  - 15) Das Dreitangentenproblem (komplexe Übung: Geradengleichungen) kollinear2.pdf
  - 16) Viereck und Kreis ..... viereck2.pdf
  - 17) Viereck und Winkelhalbierende ..... vierwink.pdf
  - 18) Sehnenviereck und Winkelhalbierende (Übung: Umfangswinkelsatz) . vierwin2.pdf
  - 19) Lotfußpunkte und Kollinearität (Simson - Gerade) ..... simson.pdf
  - 20) Sehnenviereck und vier Kreise ..... sehnvier.pdf
  - 21) Bruchgleichungen ..... bruchung.pdf
-

# Klassenstufe 9

## Klassenstufe 9:

- |   |                 |
|---|-----------------|
| 1) Lineare Gleichungssysteme (graphische Lösung)                    | lin-gl-1.pdf    |
| 2) Funktionsbegriff (Herleitung)                                    | funk-2.pdf      |
| 3) Lineare Optimierung: Aufgabe 1                                   | linop-1.pdf     |
| 4) Lineare Optimierung: Aufgabe 2                                   | linop-2.pdf     |
| 5) Lineare Optimierung: Hausaufgaben (2-dimensional)                | linopauf.pdf    |
| 6) Lineare Optimierung: Aufgabe 3                                   | linop-3.pdf     |
| 7) Lineare Optimierung: Aufgabe 4                                   | linop-4.pdf     |
| 8) Lineare Optimierung: Aufgabe 5                                   | linop-5.pdf     |
| 9) Irrationale Zahlen (Einstieg)                                    | irratio1.pdf    |
| 10) Zur Abzählbarkeit rationaler Zahlen                             | abzaehl.pdf     |
| 11) Reelle Zahlen - Wurzeln: Übung                                  | reell-wu.pdf    |
| 12) Heron-Verfahren   | heron.pdf       |
| 13) Codieren: 7-Bit-Code  | 7bitcode.pdf    |
| 14) Codieren: 8-Bit-Code  | 8bitcode.pdf    |
| 15) Codieren: Aufgabe 1   | code-1.pdf      |
| 16) Codieren: Aufgabe 2   | code-2.pdf      |
| 17) Codieren: Aufgabe 3   | code-3.pdf      |
| 18) Codieren: Aufgabe 4   | code-4.pdf      |
| 19) Codieren: Aufgabe 5   | code-5.pdf      |
| 20) Scherung  | scherung.pdf    |
| 21) Kathetensatz des Euklid (Flächenverwandlung von Rechtecken)     | euklid-1.pdf    |
| 22) Höhensatz des Euklid (Satzgruppe des Pythagoras)                | euklid-2.pdf    |
| 23) Pythagoräische Zahlentripel                                     | pythagor.pdf    |
| 24) Flächeninhalt eines Dreiecks - ohne Messung                     | drei-fla.pdf    |
| 25) Bögen und Kreise (Übung: Satz des Pythagoras)                   | gotik-2.pdf     |
| 26) Reuleauxsches Dreieck und Kreis (Übung: Satz des Pythagoras)    | reuleaux.pdf    |
| 27) Reuleauxsches 10-Kreis-Problem (Folie zur Hausaufgabe)          | reuleaux-10.pdf |
| 28) Beschreibende Statistik: Einstiegsproblematik                   | statist1.pdf    |
| 29) Beschreibende Statistik: Auswertung von Urlisten                | statist2.pdf    |
| 30) Beschreibende Statistik: Mittelwerte (Einstieg)                 | statist4.pdf    |
| 31) Beschreibende Statistik: Mittelwerte (Aufgaben)                 | statist3.pdf    |
| 32) Parabeln: Verschiebung - Streckung - Nullstellen                | parabeln.pdf    |
| 33) Parabeln: Anwendungsaufgaben                                    | parabel3.pdf    |
| 34) Gleichungen spezieller Kurven (Übung: Wurzelgleichung)          | wurzkurv.pdf    |
| 35) Flächeninhalt und Teilungsverhältnis (Übung Strahlensätze)      | dreifla3.pdf    |
| 36) Alte Sätze neu entdeckt (1) (Satz des Menelaos / Satz von Ceva) | strahlsa.pdf    |
| 37) Alte Sätze neu entdeckt (2) (Folgerungen aus dem Satz von Ceva) | strahl-1.pdf    |
| 38) Wo ist denn die Strahlensatzfigur?                              | strahl-2.pdf    |
| 39) Harmonische Teilung - Der Kreis des Apollonius                  | harmonie.pdf    |
| 40) Wozu man geometrische Abbildungen gebrauchen kann               | trapez-1.pdf    |
| 41) Nicht kongruent, aber ... (Ähnliche Dreiecke I)                 | aehnlic1.pdf    |
| 42) Sehnensatz / Sekantensatz / Tangentensatz u.ä.                  | aehnlich.pdf    |
| 43) Dreieck und Nebenhöhen (Übung: Ähnlichkeit - Sekantensatz)      | taylor.pdf      |
| 44) Sehnenviereck: Satz des Ptolemaios (Ähnliche Dreiecke II)       | aehnlic2.pdf    |
| 45) Sehnenviereck: Weitere Folgerungen (Ähnliche Dreiecke III)      | aehnlic3.pdf    |
| 46) Satz über den Feuerbachkreis                                    | feuerbach.pdf   |
| 47) Hintereinanderausführung zentrischer Streckungen                | strecken.pdf    |
| 48) Satz von Pascal - Satz von Brianchon - Satz von Desargues       | pascal-1.pdf    |
| 49) Eine Aufgabe aus alter Zeit (Übung Pythagoras / Strahlensätze)  | pythago2.pdf    |
| 50) Flächeninhalt ohne Höhen (Heron's Dreiecksformel)               | heron-3.pdf     |
| 51) Dreieck und fünf Kreise (Steiner's Theorem und Folgerungen)     | steiner.pdf     |
| 52) Dreieck und sechs Kreise (Folgerung aus Feuerbachkreis)         | bevan.pdf       |
| 53) Pentagramm / Goldener Schnitt                                   | pentagra.pdf    |
| 54) Kreiszahl $\pi$ : Polygonverfahren des Archimedes               | pi-archi.pdf    |
| 55) Kreiszahl $\pi$ : Verfahren des Nicolaus Cusanus                | cusanus.pdf     |
| 56) Kreisabschnitt - Reuleauxsches Dreieck                          | kreisabs.pdf    |
| 57) Flächeninhaltsberechnungen mit Kreisen                          | kreisfla.pdf    |
| 58) Arbelos: Kreisberechnung - Bögen und Kreise II                  | arbelos.pdf     |
| 59) Tangente und Kreis (Arbelos)                                    | tangente.pdf    |
| 60) Summenformeln   | summform.pdf    |

# Klassenstufe 10

## Klassenstufe 10:

1)	Übung: Dreiecksmessung	dreieck1.pdf
2)	Funktionswerte von Sinus und Kosinus	sin-ktw.pdf
3)	Kreisprojektion -> Dreiecksmessung	trigon-1.pdf
4)	Zum Bogenmaß eines Winkels	bogenmas.pdf
5)	Kreisprojektionen, exakt ohne Taschenrechner	sinus75.pdf
6)	Additionstheoreme für Sinus und Kosinus	addicos.pdf
7)	Anwendungsaufgaben Dreiecksmessung	sin-cos.pdf
8)	Kreis-Sehne-Sinus (Sehnenlänge / Additionstheorem)	sinkreis.pdf
9)	Von Sehnen und Sehnenlängen	5-eck.pdf
10)	Der verallgemeinerte Satz des Pythagoras (Kosinussatz)	cos-satz.pdf
11)	Dreiecksmessung über Tangensfunktion	dreieck2.pdf
12)	Trigonometrische Übung	trigon-2.pdf
13)	Eine geometrische Aufgabe zu Winkeln	aehntrig.pdf
14)	Das Methanmolekül	methanmo.pdf
15)	Der Flächeninhalt eines Sehnenvierecks (Formel von Brahmagupta)	vierflae.pdf
16)	Spielerei mit Dreiecksspiegelungen	napoleon.pdf
17)	Zur Superposition harmonischer Schwingungen (1)	schwing1.pdf
18)	Zur Superposition harmonischer Schwingungen (2)	schwing2.pdf
19)	Zur Superposition frequenzgleicher harmonischer Schwingungen	schwing3.pdf
20)	Zur Superposition nicht frequenzgleicher harm. Schwingungen	schwing4.pdf
21)	Zur Superposition harmonischer Schwingungen - Schwebungen	schwing5.pdf
22)	v-t- und a-t-Gesetz harmonischer Schwingungen	schwing6.pdf
23)	s-t-, v-t- und a-t-Gesetz harmonischer Schwingungen	schwing7.pdf
24)	Superposition mit senkrechten Schwingungsebenen (1)	lissaj-1.pdf
25)	Superposition mit senkrechten Schwingungsebenen (2)	lissaj-2.pdf
26)	Platonische Körper	polyeder.pdf
27)	Pyramidenvolumen (Treppenkörper)	pyramide.pdf
28)	Cavalieri (Bild)	cavalier.pdf
29)	Kugelvolumen (Der Grabstein des Archimedes)	archimed.pdf
30)	Kugelteile: Volumina und Oberflächeninhalte	kugel-1.pdf
31)	Einführende Aufgaben zur Potenzrechnung	potenz-1.pdf
32)	Gesetze für n-te Wurzeln und Potenzen	potenz-2.pdf
33)	Potenzfunktionen	potenzfk.pdf
34)	Schalt- und Aussagenalgebra	schalalg.pdf

35)	Umkehrzuordnung als Funktion	umkehrfk.pdf
36)	Umkehrfunktionen von Exponentialfunktionen	explogfk.pdf
37)	Übungsaufgaben zu exp / log	explogub.pdf
38)	Exponentialfunktionen in Anwendungen (Beispiele)	expo-anw.pdf
39)	Zum geschichtlichen und geistigen Hintergrund der Gotik	gotiktext.pdf
40)	Gotische Kirchenfenster: Vielpässe	gotik-1.pdf
41)	Gotische Kirchenfenster: Das Berührkreisproblem	gotik-3.pdf
42)	Gotische Kirchenfenster: Bögen und Kreise	gotik-2.pdf
43)	Gotische Kirchenfenster: Große und kleine Kreise	gotik-5.pdf
44)	Gotische Kirchenfenster: Bögen und Kreise II	gotik-4.pdf
45)	Gotische Kirchenfenster: Berührkreisproblem des Apollonius	apolloni.pdf

# Klassenstufe 11

## Klassenstufe 11 (Fundamentalebereich):

1) Komplexe Übung: Geraden	geraden1.pdf
2) Übung Geradengleichungen (2)	lemoine.pdf
3) Übung: Winkel zwischen Geraden	geraden2.pdf
4) Übung: Geraden, Kreise, Winkel	geraden3.pdf
5) Standardfunktionen: Funktionsterme bestimmen	standar1.pdf
6) Standardfunktionen: Trigonometrische Übung	standar2.pdf
7) Übung: Superposition und Nullstellenbestimmung durch Substitution	nullstel.pdf
8) Polynomdivision (Hinführung)	polidivi.pdf
9) Regula Falsi: Verallgemeinerung (Hinführung)	reg-fal1.pdf
10) Regula Falsi: Verallgemeinerung (Rechnung)	reg-fal2.pdf
11) Regula Falsi: Übung; Lösung einer transzendenten Gleichung	olfas.pdf
12) Zahlenfolgen (Einstiegsaufgaben)	zahlfolg.pdf
13) Schranken und Grenzen	sup-inf.pdf
14) Aussagen (w/f) über Zahlenfolgen	folgen-1.pdf
15) Zahlenfolgen (Begriffe)	folgen-2.pdf
16) Achilles und die Schildkröte	achilles.pdf
17) Zum Summengrenzwertsatz für Zahlenfolgen	folgen-3.pdf
18) Bernoullische Ungleichung	bernoull.pdf
19) Eulersche Zahl $e$ (Definition)	euler-e1.pdf
20) Eulersche Zahl $e$ (Existenzbeweis)	euler-e.pdf
21) Differenzenquotientenfolgen (Lokales Wachstum einer Funktion)	diff-fol.pdf
22) Zum Differentialquotient (Schreibweisen)	diffquo2.pdf
23) Graphisches Differenzieren (Vorbereitung: Ableitungsfunktion)	graphdif.pdf
24) Steigung der Parabel: Mit Kanonen nach Spatzen geschossen	kanone-1.pdf
25) Zur Ableitung einer Summenfunktion	sum-diff.pdf
26) Karl Marx: Über den Begriff der abgeleiteten Funktion	marx.pdf
27) Notwendig - Hinreichend für relative Extrema: Einstiegsbeispiele	not-hin1.pdf
28) Notwendig - Hinreichend für relative Extrema: Präzisierung	not-hin2.pdf
29) Notwendig - Hinreichend: Sätze / Kehrsätze ( $f/w$ )	satze-fw.pdf
30) Notwendig - Hinreichend: Vorzeichenwechselkriterium	not-hin3.pdf
31) Kostenfunktionen: Minimum der totalen Stückkosten	kostfkt1.pdf
32) Kostenfunktionen: Gewinnintervall und Gewinnmaximum	kostfkt2.pdf
33) Kostenfunktionen: Übung - Dagobert Duck in Nöten	kostfkt3.pdf
34) Extremwertaufgabe (absolutes Extremum)	extrema1.pdf

35) Kurvendiskussion: Anwendung des Newton-Verfahrens	kurvdisk.pdf
36) Funktionsschar: Ein Parameter verändert den Verlauf	funkpara.pdf
37) Funktionsscharen: Graphen zuordnen	funkpar2.pdf
38) Funktionstermbestimmung durch vorgegebene Eigenschaften	funktterm.pdf
39) René Descartes (Bild)	descarte.pdf
40) René Descartes (Artikel aus: Der Spiegel)	descart2.pdf
41) Was ist Analytische Geometrie	analygeo.pdf
42) Geometrische Objekte im affinen Raum (Einstieg)	affingeo.pdf
43) Teilungsverhältnis und Flächeninhalt	dreifla4.pdf

## Klassenstufe 11 (Profilbereich):

1) Biographie Niels Hendrik Abel	abel.pdf
2) Komplexe Zahlen: Multiplikation	komplexz.pdf
3) Eine historische Reminiszenz (Cardanosche Formel)	cardano.pdf
4) Vollständige Induktion - Aufgaben	indukti1.pdf
5) Vollständige Induktion (Lösungen von Hausaufgaben)	indukti2.pdf
6) Vollständige Induktion (Cauchy-Schwarzsche Ungleichung)	induktio.pdf
7) Vollständige Induktion (arithmetisches Mittel - geometrisches Mittel)	indukti3.pdf
8) Kegelschnitte 1 (Definition und Gleichungsformen)	kegelsch.pdf
9) Kegelschnitte 2 (Namensbedeutung)	kegelsc1.pdf
10) Inversion am Kreis (1)	invers.pdf
11) Inversion am Kreis (2)	invers2.pdf
12) Inversion am Kreis: Die Pappus-Kette	pappus-1.pdf
13) Kreisinverson: Cassinische Kurven	cassini.pdf

# Kurssystem (12)

## Kurssystem (Analysis):

1) Funktionsgrenzwerte (LK)	grenzw-f.pdf
2) Stetige Differenzierbarkeit / Monotoniesatz (LK)	stediff.pdf
3) Summen- und Produktfunktion	sumprod.pdf
4) Zur Approximation von Flächeninhalten (GK)	u-o-summ.pdf
5) Zur Linearität der Bestimmten Integration	lin-inte.pdf
6) Hauptsatz der Analysis	haupt.pdf
7) Flächeninhalte zwischen Graphen (GK)	int-fla1.pdf
8) Zur Produktregel der Differentiation	produkt.pdf
9) Zur Kettenregel der Differentiation	ketten.pdf
10) Zur Ableitung der Umkehrfunktion	umkehrab.pdf
11) Wegeoptimierung (Übung: Kettenregel)	wege-opt.pdf
12) Extremwertaufgabe (Übung: Kettenregel)	kreuzext.pdf
13) Eine leichte Aufgabe (Übung: Newton-Verfahren)	leiter.pdf
14) Die Kurvenschar: $f(x) = ax + \sin(x)$ (Übung: Newton-Verfahren)	sin-para.pdf
15) 1. Mittelwertsatz der Differentialrechnung (LK)	mw-satz1.pdf
16) Der Arcustangens als Integralfunktion (LK)	arctan.pdf
17) Der natürliche Logarithmus als Integralfunktion (Hinführung) (LK)	ln-1.pdf
18) Wachstums- und Zerfalls- (Abnahme-) Prozesse (S)	wachstum.pdf
19) Eulersche Zahl $e$ (Definition/Berechnungen); $e$ -Funktion	euler-e1.pdf
20) Die Regeln von de l'Hospital (Hinführung) (LK)	hospita1.pdf
21) Die Regeln von de l'Hospital (Beweise) (LK)	hospita2.pdf
22) Aufgaben zu Wachstumsvorgängen (GK)	expo-auf.pdf
23) Ableitung von Exponentialfunktionen (GK)	exponent.pdf
24) Exponentialfunktionen in Anwendungssituationen (GK)	exponen2.pdf
25) Abstände (komplexe Übung zur Differentialrechnung)	abstand.pdf
26) Gebrochen-rationale Funktionen (lokal / global) (1)	geb-rat.pdf
27) Gebrochen-rationale Funktionen (lokal / global) (2)	lok-glob.pdf
28) Rotationsvolumen $V_v$ der Sinusfunktion	sin-rot.pdf
29) Zur Integration durch Substitution (LK)	substitu.pdf
30) Zu Differentialen (Mittelwertsatz der Integralrechnung) (LK)	diffital.pdf
31) Riemann-Summation bei Rotationsvolumina (LK)	rotation.pdf
32) Rotationsvolumina (Auf den Spuren von Pappus und Guldin) (LK)	guldin.pdf
33) Übung: Integration durch Substitution (Komplexe Aufgabe) (LK)	intsupub.pdf
34) Zur Keplerschen Faßregel (Herleitung) (LK)	kepler1.pdf

35) Zweimal Keplersche Faßregel (LK)	kepler.pdf
36) Von der Keplerschen Faßregel zum Simpson-Verfahren (LK)	simpson.pdf
37) Iterationsfunktionen: Einstiegsaufgaben	iter-flt.pdf
38) Iterationsfunktionen: Lösung der Einstiegsaufgaben	iter-fk2.pdf
39) Iterationsfunktionen: Konvergenzgüte	iter-gut.pdf
40) Iterationsfunktionen: Konvergenzverbesserung	iter-bes.pdf
41) Wir basteln uns ein eigenes Nullstellenverfahren	iter-end.pdf
42) Differentialgleichungen: Harmonische Schwingungen (LK)	diffglei.pdf
43) Differentialgleichungen: Preiselastizität - Nachfragekurve (LK)	diffgle3.pdf
44) Differentialgleichungen: Resonanz und Dämpfung (LK)	resonanz.pdf
45) Differentialgleichungen: Raketengeschwindigkeit (LK)	rakete.pdf
46) Differentialgleichungen: Beschränktes / Logistisches Wachstum (LK)	diffgle2.pdf
47) Differentialgleichungen: Traktrix (LK)	traktrix.pdf
48) Integration der Normalhyperbel (LK)	inthyper.pdf
49) Länge eines Kurvenstücks - Mantelfläche (LK)	kurvlang.pdf
50) Bogenlänge der Normalparabel (LK)	bogenlg.pdf
51) Krümmung einer Funktion (LK)	krummung.pdf
52) Approximation von Funktionen durch ganzrationale Funktionen (LK)	taylor.pdf
53) Die Kettenlinie (LK)	kettenli.pdf

# Kurssystem (13)

## Kurssystem (Analytische Geometrie / Lineare Algebra):

- 1) Geometrische Objekte im affinen Raum (Einstieg) ..... affingeo.pdf
  - 2) Lineare Gleichungssysteme (Einstieg / Fallunterscheidung) (GK) .... gleichsy.pdf
  - 3) Kegelschnitte 1 (Definition und Gleichungsformen) ..... kegelsch.pdf
  - 4) Kegelschnitte 2 (Namensbedeutung) ..... kegelsc1.pdf
  - 5) Zur Brennpunkteigenschaft von Kegelschnitten ..... brennpkt.pdf
  - 6) Lineare Abbildungen und Basistransformationen ..... bastrans.pdf
  - 7) Kurven 2.Ordnung in der affinen Ebene (Verschiebung - Drehung) .... kurven.pdf
  - 8) Kurven 2.Ordnung und Bilinearformen (Hauptachsentransformation) . kurven-2.pdf
- 

## Kurssystem (Stochastik):

- 1) Ereignisalgebra: Aufgaben ..... ereignis.pdf
  - 2) Computersimulationen: Würfeln - Pfadregel - Binomialverteilung etc. .. stocha.pdf
  - 3) Bedingte Wahrscheinlichkeit / Unabhängigkeit (Einstieg) ..... bed-wah1.pdf
  - 4) Bedingte Wahrscheinlichkeit: Krebsdiagnoseproblem ..... bed-wah2.pdf
  - 5) Bedingte Wahrscheinlichkeit: Aufgaben (GK) ..... bed-wahr.pdf
  - 6) Erwartungswert: Blutuntersuchungsproblem ..... test-erw.pdf
  - 7) Zur Linearität des Erwartungswertes ..... lin-erw.pdf
  - 8) Erwartungswert / Varianz (binomialverteilte Zufallsfunktion) (LK) ... binomial.pdf
  - 9) Konfidenzintervalle - Güte einer Umfrage ..... konfiden.pdf
  - 10) Entwicklung von Binomialverteilungen (Laplace-Bedingung) (LK) .. normal-1.pdf
  - 11) Seltene Merkmalsausprägungen: Poisson-Verteilung (LK) ..... poisson.pdf
  - 12) Normierung von Binomialverteilungen ( - Normalverteilung) (LK) .. normal-2.pdf
  - 13) Normalverteilung (Approximation der Binomialverteilung) (LK) ..... normal.pdf
  - 14) Hypothesentest (Operationscharakteristik / Gütefunktion) (LK) ..... oper-gut.pdf
- 
-

## Adressen:

- <http://madincea.privat.t-online.de>
- <http://madincea.homepage.t-online.de>
- <http://www.herder-oberschule.de>
  
- [arne.madincea@t-online.de](mailto:arne.madincea@t-online.de)

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**