Betrachtet wird ein dreidimensionaler affiner Punktraum mit zugehörigem euklidischen Vektorraum, d.h. im Vektorraum ist das übliche Skalarprodukt definiert.

a) Gegeben ist die (Skalarprodukts-) Gleichung: $\vec{x} \bullet \vec{n} = \vec{p} \bullet \vec{n}$.

Erläutern Sie den geometrischen Sachverhalt, wieso diese Bedingung im affinen Punktraum eine Ebene **e** beschreibt; gehen Sie dabei auch auf die Bedeutung der verschiedenen Vektoren ein.

Was ändert sich in der geometrischen Interpretation, wenn man die Gleichung umschreibt in: $(\vec{x} - \vec{p}) \bullet \vec{n} = 0$?

b) Erläutern Sie die beiden Strategien, wie man den Abstand eines Punktes **Q** von der oben definierten Ebene **e** bestimmen kann, nämlich

(1) über eine Hilfsebene $\mathbf{e_H}$, und

(2) mit Hilfe einer geeigneten Geraden **l**.

Aus welchem rechnerischen Ergebnis würden Sie bei den jeweiligen Strategien schließen, dass der Punkt **Q** in der Ebene **e** liegt?

Welche Strategie würden Sie bevorzugen wenn Sie den Spiegelpunkt **Q'** von **Q** an **e** bestimmen sollten. - Begründen Sie Ihre Entscheidung.

c) Gesucht sind die Mittelpunkte von Kugeln mit festem Radius **r**, die **e** als Tangentialebene besitzen und durch den Punkt **Q** verlaufen sollen. - Beschreiben Sie den geometrischen Ort dieser Mittelpunkte unter Beachtung möglicher Sonderfälle.