Betrachtet wird ein dreidimensionaler affiner Punktraum mit zugehörigem euklidischen Vektorraum, d.h. im Vektorraum ist das übliche Skalarprodukt definiert.

Gegeben sind die vektoriellen Gleichungen zweier Geraden **g** und **h**:

$$\mathbf{g}:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \ ; \quad r \in \mathbb{R} \qquad\qquad \mathbf{h}:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \ ; \quad k \in \mathbb{R}$$

1) Die beiden Geraden **g** und **h** sind windschief. - Erläutern Sie, wie Sie eine Untersuchung (mit welchem prinzipiellen Ergebnis?) durchführen würden, um diese Tatsache zu bestätigen.

2) Erläutern Sie die beiden Strategien, wie man den Abstand dieser windschiefen Geraden bestimmen könnte, nämlich

   (a) mit Hilfe geeigneter Orthogonalitätsbedingungen, und

   (b) über eine Hilfsebene $\mathbf{e_H}$.

   Welche Strategie würden Sie bevorzugen wenn Sie auch Anfangs- und Endpunkt des Abstandes angeben sollten?

3) Anfangs- und Endpunkt des Abstandes sind die Punkte: $\mathbf{F_g}(4 \mid 4 \mid -2)$ und $\mathbf{F_h}(2 \mid 1 \mid 4)$. Was wären Mittelpunkt und Radius einer Kugel mit kleinstem Radius **r**, die **g** und **h** als Tangenten besitzen. Wie würden Sie Gleichungen für die Tangentialebenen an diese Kugel in den Punkten $\mathbf{F_g}$ und $\mathbf{F_h}$ bestimmen?