

In einem dreidimensionalen affinen Raum mit zugehörigem Vektorraum sind folgende Punkte gegeben:

$$\mathbf{P}(4|-5|0) ; \mathbf{Q}(0|-6|3) ; \mathbf{R}(4|-4|3) ,$$

sowie die Ebene: $\mathbf{e}: 3 \cdot x - 6 \cdot y + 2 \cdot z = -21$

a) Zeigen Sie, daß die 3 Punkte eine Ebene $\mathbf{e}_{\mathbf{PQR}}$ definieren und daß gilt: $\mathbf{e}_{\mathbf{PQR}} \parallel \mathbf{e}$! - Bestimmen Sie danach die Größe des Abstandes $\mathbf{d}(\mathbf{e}_{\mathbf{PQR}}; \mathbf{e})$ der beiden parallelen Ebenen.

b) Bestimmen Sie die Größen $\mathbf{d}(\mathbf{S}; \mathbf{e}_{\mathbf{PQR}})$ und $\mathbf{d}(\mathbf{S}; \mathbf{e})$ der Abstände des Punktes $\mathbf{S}(2|-3|2)$ von den beiden Ebenen und skizzieren Sie in einer ebenen Darstellung die Lage der beiden Ebenen und des Punktes \mathbf{S} relativ zum Ursprung \mathbf{O} .

c) Die Punkte \mathbf{P} , \mathbf{Q} und \mathbf{R} bilden mit dem Ursprung \mathbf{O} als Spitze eine dreieckige Pyramide. - Bestimmen Sie das Maß des Neigungswinkels φ der Seitenkante \mathbf{PO} zur Grundebene $\mathbf{e}_{\mathbf{PQR}}$ sowie den Rauminhalt \mathbf{V} der Pyramide.

d) Der Punkt \mathbf{S} soll an der Ebene \mathbf{e} gespiegelt werden. Bestimmen Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes \mathbf{S}' !

e) Geben Sie die Gleichung der Kugel \mathbf{k} mit minimalem Radius an, die die Ebene \mathbf{e} berührt und durch den Punkt \mathbf{S} verläuft.