Aufgabe 1: 1.Vorschlag

Nr	Erwartete Teilleistung / Lösung	Hj	AB	BE	er.	Erläuterungen / Kommentar
a)	$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{PR} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \text{ und } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$ $\mathbf{e}_{PQR} : \overrightarrow{x} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 42 \iff \frac{1}{7} \cdot \overrightarrow{x} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 6$ $\mathbf{e} : \frac{1}{7} \cdot \overrightarrow{x} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = -3 ; \implies \mathbf{d}(\mathbf{e}_{PQR}; \mathbf{e}) = 9$	3	I	4		Der Normalenvektor ist durch die Ebenengleichung praktisch vorgegeben.
b)	Parallele Hilfsebene durch <b>S</b> : $\vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 28 \iff \frac{1}{7} \cdot \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 4 ; \Rightarrow$ Parallele Hilfsebene durch <b>S</b> : $\vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 28 \iff \frac{1}{7} \cdot \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = 4 ; \Rightarrow$ O  Der Punkt <b>S</b> und der Ursprung <b>O</b> liegen zwischen den Ebenen.	3	II	3		Die geometrische Interpretation der verschiedenen Ebenenabstände zum Ursprung im Hinblick auf die Lagebeziehung zueinander (unter Berücksichtigung der verschiedenen Vorzeichen) ist keine Reproduktion.
c)	$\cos(\varphi') = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{41} \cdot 7} = \frac{6}{\sqrt{41}} \approx 0,9370 \implies \varphi' \approx 20,44^{\circ} \implies \varphi \approx 69,56^{\circ};$ $\mathbf{V} = \frac{1}{6} \cdot \begin{vmatrix} -4 & 0 & -4 \\ 5 & 6 & 4 \\ 0 & -3 & -3 \end{vmatrix} = \frac{1}{6} \cdot (72 + 0 + 60 - 0 - 48 - 0) = 14$	3	II	5		Für das Spatprodukt ist hier insbesondere auch auf das richtige Vorzeichen der Vektoren zu achten. Möglicherweise wird auch der etwas aufwendigere Weg über den Flächeninhalt des Grund- dreieckes mit Hilfe des Vektorproduktes gewählt.
d)	$\vec{s}' = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} - 14 \cdot \frac{1}{7} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ -2 \end{pmatrix}$	3	I	3		Die Skizze in Teil b) sollte die Wahl der richtigen Orientierung erleichtern.
e)	$\vec{m}_{k} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{7} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \implies \mathbf{k} : \left( \mathbf{x} - \frac{1}{2} \right)^{2} + \mathbf{y}^{2} + (\mathbf{z} - 1)^{2} = \frac{49}{4}$	3	II	5		Die verständige Interpretation der Aufgabenstellung mit der Bestimmung des Mittelpunktes und des Radius ist sicher An- forderungsbereich 2.
				32		