Aufgabe 3: **1.Vorschlag**

Nr	Erwartete Teilleistung / Lösung	Hj	AB	BE	er.	Erläuterungen / Kommentar
a)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+1}{e^x} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{e^x} = 0$; Weil der zweite Grenzwert existiert, existiert auch der erste.	2	I	2		
b)	$f'(x) = -x\cdot e^{-x}$; $f''(x) = (x-1)\cdot e^{-x}$; $(\,f'(0) = 0\,) \wedge (\,f''(0) < 0)\ \Rightarrow\ (0\,\vert\,1)$ ist relativer Maximumpunkt ; Eintrag in Graphik Weil $\bigwedge\limits_{x\in\mathbb{R}} e^{-x} \neq 0$, gilt: $f''(1-\varepsilon)\cdot f''(1+\varepsilon) < 0\ \Rightarrow\ \left(1\,\vert\,\frac{2}{e}\right)$ ist Wendepunkt. Weil $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ nicht existiert $(-\infty)$ und $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$ ist, ist $(0\,\vert\,1)$ auch absolut.	2	I I II	4 4 4 2		Da im Aufgabentext nur die Terme von f' und f'' gefordert werden, liegt die Argumentation mit dem Vorzeichenwechsel nahe. Die fachsprachlich saubere Formulierung rechtfertigt Anforderungsbereich 2.
c)	$\int\limits_{-1}^{3}(x+1)\cdot e^{-x}\,dx = (x+1)\cdot\left(-e^{-x}\right)\Big]_{-1}^{3} + \int\limits_{-1}^{3} e^{-x}\,dx = (x+2)\cdot\left(-e^{-x}\right)\Big]_{-1}^{3} = e - \frac{5}{e^3}$; $\lim\limits_{a\to\infty}\left(-(a+2)\cdot e^{-a} + e\right) = e$ nach Teil a)	2	II	4 3		Partielle Integration mit nachfolgender Grenzwertbildung (in Verbindung mit einer Regel von de l'Hospital) ist auch bei relativ einfachem Funktionsterm dem Niveau 2 zuzuordnen.
d)	$2\cdot\pi\cdot y_z\cdot\int\limits_{-1}^{3}(x+1)\cdot e^{-x}\,dx$: "Weg des Schwerpunktes" $\times$ "Flächeninhalt" ergibt das Volumen des Rotationskörpers (um x-Achse): $\int\limits_{-1}^{3}\pi\cdot(f(x))^2\,dx$; $\pi\cdot\int\limits_{-1}^{3}(x+1)^2\cdot e^{-2\cdot x}\,dx \approx \pi\cdot\frac{4}{3\cdot 4}\cdot\left(0 + 4\cdot 1 + 2\cdot\frac{4}{e^2} + 4\cdot\frac{9}{e^4} + \frac{16}{e^6}\right) \approx \frac{\pi}{3}\cdot 5{,}7817 \approx 6{,}0546$; $y_z \approx \dfrac{6{,}0546}{2\cdot\pi\cdot\left(e - \frac{5}{e^3}\right)} \approx 0{,}3902$	2	II II I	2 6 2		Beim Ansatz wird auch eine entsprechende Kommentierung erwartet. Obwohl numerische Integrationsmethoden behandelt wurden, ist das Simpson-Verfahren nicht dem Bereich der Reproduktion zuzuordnen.
e)	Text; Lösungsansätze eventuell durch: (1) Umkehrzuordnung, (2) Rotation um die y-Achse (Schalenmethode) (3) Rotation um die y-Achse (Scheibenmethode, unter Beachtung der Monotonieabschnitte) wobei noch eine Verschiebung des Graphen zu berücksichtigen ist.	2	III	4		Die Guldinsche Regel war im Rahmen der Integrationsmethoden / -anwendungen Thema des Unterrichts. Das Neue dieser Aufgabenstellung liegt darin begründet, daß die y-Achse die Fläche zwischen Graph und x-Achse teilt. Die Lösungsstrategie, die z.B. in einer Koordinatentransformation bzw der Verschiebung des Graphen 'um 3 nach links' mit anschließender Rotation um die y-Achse liegen könnte, stellt eine extreme Forderung dar.
				37		