**Aufgabe 1:** **1.Vorschlag**

| Nr | Erwartete Teilleistung / Lösung | Hj | AB | BE | er. | Erläuterungen / Kommentar |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | $\mathbf{g_t}: \vec{x} = \begin{pmatrix}-3\\-5\\25\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + r\cdot t\cdot\begin{pmatrix}5\\0\\2\end{pmatrix};\ r,t\in\mathbb{R} \Rightarrow \mathbf{e}^*: \vec{x} = \begin{pmatrix}-3\\-5\\25\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}5\\0\\2\end{pmatrix};\ r,s\in\mathbb{R}$<br>$\begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = 0 \wedge \begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\0\\2\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \mathbf{e} \parallel \mathbf{e}^*;\ \mathbf{e}^*: \begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix}\cdot\vec{x} = \begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\-5\\25\end{pmatrix} = 121$<br>Die Gerade $\mathbf{j}: \vec{x} = \begin{pmatrix}-3\\-5\\25\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}5\\0\\2\end{pmatrix};\ s\in\mathbb{R}$; liegt in $\mathbf{e}^*$. Von dieser Punktmenge wird durch die Kurvenschar nur der Punkt: ( -3\| -5 \| 25 ) erfasst, weil aus r = 0 folgt: r·t = 0 für alle t $\in\mathbb{R}$ | 3 | I<br>I<br>II | 2<br>4<br>3 | | Die Argumentation erfordert Überblick und ist keine Reproduktion. |
| b) | HNF **e**: $\frac{1}{\sqrt{33}}\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix}\cdot\vec{x} = -\frac{11}{\sqrt{33}}$; HNF $\mathbf{e}^*$: $\frac{1}{\sqrt{33}}\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix}\cdot\vec{x} = \frac{121}{\sqrt{33}}$<br>d( **e** , $\mathbf{e}^*$ ) =$4\cdot\sqrt{33}$ (Durchmesser von **k**) ; $\vec{\mathbf{m}} = \begin{pmatrix}3\\-5\\1\end{pmatrix} + 2\cdot\sqrt{33}\cdot\frac{1}{\sqrt{33}}\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-1\\11\end{pmatrix}$<br>$(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-11)^2 = 132$; $\vec{\mathbf{q}}^* = \begin{pmatrix}3\\-5\\1\end{pmatrix} + 4\cdot\sqrt{33}\cdot\frac{1}{\sqrt{33}}\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-5\\3\\21\end{pmatrix}$ | 3 | I<br>II<br>II | 3<br>5<br>3 | | Hier muss insbesondere auf die richtige Orientierung des Normalenvektors geachtet werden. |
| c) | $\begin{pmatrix}-5\\3\\21\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\-5\\25\end{pmatrix} + r^*\cdot\begin{pmatrix}1+5\cdot t^*\\1\\2\cdot t^*\end{pmatrix} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{lrl} & -2 = & r^* + 5\cdot r^*\cdot t^* \\ \wedge & 8 = & r^* \\ \wedge & -4 = & 2\cdot r^*\cdot t^*\end{array}\right\}$; Text<br>$\mathbf{r}^* = 8$; $\mathbf{t}^* = -\frac{1}{4} \Rightarrow \mathbf{g}^*: \vec{x} = \begin{pmatrix}-3\\-5\\25\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}-1\\4\\-2\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R}$ | 3 | III | 5<br>3 | | Es muss erkannt werden dass die Aufgabenstellung äquivalent ist zu der Frage, ob es eine Gerade der Geradenschar gibt, die den Berührpunkt $\mathbf{Q}^*$ der Kugel **k** mit der Ebene $\mathbf{e}^*$ als Element enthält. Dieser Gedankengang, der die vorherigen Ergebnisse sinnvoll interpretiert, führt zu einem ungewöhnlichen überbestimmten Gleichungssystem, wo die Variablen in Produktform auftreten. Insgesamt überwiegt Niveau III. |
| d) | $\begin{pmatrix}-3\\-1\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix} = -11 \wedge \begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\0\\2\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \mathbf{h} \subset \mathbf{e}$;<br>Ansatz mit Bedingungen: $\overrightarrow{AB}\cdot\begin{pmatrix}5\\0\\2\end{pmatrix} = 0 \wedge \overrightarrow{AB}\cdot\begin{pmatrix}-4\\1\\-2\end{pmatrix} = 0 \wedge \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}-3-4\cdot r+3-5\cdot s\\-5+1\cdot r+1\\25-2\cdot r+3-2\cdot s\end{pmatrix}$<br>-24·r - 29·s + 56 = 0 $\wedge$ 21·r + 24·s -60 = 0 $\Rightarrow$ r = 12 $\wedge$ s = -8 $\Rightarrow$ A(-43\|-1\|-19); B(-51\|7\|1); | 3 | I<br>III<br>II | 3<br>4<br>6 | | Der Ansatz impliziert die Fußpunktbestimmung eines gemeinsamen Lotes zweier windschiefer Geraden, die in 2 parallelen Ebenen liegen. Diese Vorgehensweise ist unvertraut, da der Abstand dieser windschiefen Geraden durch den Abstand der beiden Ebenen schon bekannt ist. Deshalb: Niveau III.<br>Die Rechnung ist nur Niveau II. |
| | | | | 41 | | |