Aufgabe 3: **1.Vorschlag**

Nr	Erwartete Teilleistung / Lösung	Hj	AB	BE	er.	Erläuterungen / Kommentar
a)	$\bigwedge_{x\in\mathbb{R}} e^{-x} \neq 0 \;\Rightarrow (f_t(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = t)$; Nullstellen: $(\sqrt{t}\,\vert\,0) \;\wedge\; (-\sqrt{t}\,\vert\,0)$ für $t \geq 0$.			2		
	$f_t'(x) = \frac{-x^2+2x+t}{e^x}$; $f_t''(x) = \frac{x^2-4x+2-t}{e^x}$			2		
	Relative Extrema: (notwendig) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 1 + \sqrt{1+t} \\ x_2 = 1 - \sqrt{1+t} \end{array} \right\}$ für $t > -1$; (für $t = -1$: Sattelpunkt bei 1)	2	I	2		Selbstverständlich wird fachsprachlich angemessener Text erwartet wie: “Hinreichende Bedingung für ein relatives Extremum .... “
	Es gilt: $\left(1\pm\sqrt{1+t}\right)^2 - 4\cdot\left(1\pm\sqrt{1+t}\right) + 2 - t = \mp 2\cdot\sqrt{1+t} \Rightarrow$ bei x_1 : rel. Max. ; bei x_2 : rel. Min.			3		Natürlich kann auch mit dem Vorzeichenwechselkriterium argumentiert werden, was der Grad der Zählerfunktion der 1. Ableitungsfunktion nahe legt.
	Wendepunkte: (notwendig) $\left\{ \begin{array}{l} x_3 = 2 + \sqrt{2+t} \\ x_4 = 2 - \sqrt{2+t} \end{array} \right\}$ für $t \geq -2$; (für t = -1: Sattelpunkt bei $x_4 = 1$)			2		
b)	$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^2-t}{e^x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2\cdot x}{e^x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2}{e^x}$ falls die Grenzwerte existieren. $\lim\limits_{x\to\infty} f_t(x) = 0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f_t(x)$ existiert nicht.	2	II	3		Die saubere Argumentation mit einer Regel von de l’Hospital ist nach so langer Zeit Anforderungsbereich 2.
c)	Eintrag der Parameter	2	II	2		Im Zeitalter von Funktionsplottern wird (auch aus Zeitgründen) auf die eigenhändige Erstellung von Graphen verzichtet. - Die verständige Umsetzung der bisherigen Ergebnisse ist dennoch keine Reproduktion.
d)	$\int_0^a (x^2-t)\cdot e^{-x}\,dx = (x^2-t)\cdot\left(-e^{-x}\right)\Big]_0^a + \int_0^a 2\cdot x\cdot e^{-x}\,dx = (x^2-t+2\cdot x+2)\cdot\left(-e^{-x}\right)\Big]_0^a$			4		Partielle Integration mit nachfolgender Grenzwertbildung (in Verbindung mit einer Regel von de l'Hospital) ist dem Anforderungsbereich 2 zuzuordnen.
	$\lim\limits_{a\to\infty} \int_0^a f_t(x)\cdot dx = -t+2$	2	II	2		
	Für t = 2 ist der Flächeninhalt zwischen Funktionsgraph und x-Achse von 0 bis zur Nullstelle genauso groß wie der sich von der Nullstelle bis ins Unendliche erstreckende “Flächeninhalt”.			2		Auch die graphische Interpretation des uneigentlichen Integrals mit dem Wert 0 ist keine Reproduktion.

e)	$f_t'''(x) = \frac{6x - x^2 - 6 + t}{e^x} \Rightarrow f_0'''(0) = -6\,;\ f_0''(0) = 2\,;\ f_0'(0) = 0\,;\ f_0(0) = 0\,;$			3		
	$\Rightarrow\ p_3(x) = -x^3 + x^2 = x^2\cdot(-x+1)$; Skizze		II	3		
	$\left\lvert\frac{p_3(-1) - f_0(-1)}{f_0(-1)}\right\rvert = \left\lvert\frac{2-e}{e}\right\rvert \approx 26{,}4\%$	2	I	2		Genauigkeitsfragen wurden im Zusammenhang mit der Approximation durch ganzrationale Funktionen im Unterricht erörtert (Lagrange Restgliedabschätzung), jedoch nur exemplarisch und bei der Frage der notwendigen Höhe des Funktionsgrades.
	(1) Entwicklung um die Stelle -1: $p_3(x) := \sum_{i=0}^{3} \frac{f_0^{(i)}(-1)}{i!}\cdot(x+1)^i$		III	3		Die Entwicklung um eine andere Stelle als die Null kam unterrichtlich nur bei der Approximation der natürlichen Logarithmusfunktion vor ($x_0 := 1$). Der Gedanke, eine andere Stelle der Entwicklung zur Verbesserung der Güte zu verwenden, stellt in einer Abiturprüfung eine Leistung besonderer Art dar.
	(2) Höherer Grad des Taylor-Polynoms: $p_n(x) := \sum_{i=0}^{n} \frac{f_0^{(i)}(0)}{i!}\cdot x^i\ ;\ n>3$		II	2		
				37		