Aufgabe 3: **1.Vorschlag**

Nr	Erwartete Teilleistung / Lösung	Hj	AB	BE	er.	Erläuterungen / Kommentar
a)	$\int_0^a x\cdot\sin(x)\cdot dx = \sin(a) - a\cdot\cos(a)$; $\int_a^\pi x\cdot\sin(x)\cdot dx = \pi - \sin(a) + a\cdot\cos(a)$ Durch Gleichsetzen der Integrale ergibt sich: $2\cdot\sin(a) - 2\cdot a\cdot\cos(a) - \pi = 0$	1	I	6		Einfacher Ansatz und einfache partielle Integration
b)	Graphischer Nachweis der Divergenz $\varphi'(a) = 2\cdot\cos(a) - 2\cdot\cos(a) + 2\cdot a\cdot\sin(a) + 1 = 2\cdot a\cdot\sin(a) + 1$ $\varphi'(1{,}9) = 2\cdot 1{,}9\cdot\sin(1{,}9) + 1 \approx 4{,}5959$; $\varphi'(2) = 2\cdot 2\cdot\sin(2) + 1 \approx 4{,}6372$; Text	1	I II	2 2 3		Die Kenntnis, dass es für Konvergenz einer kontrahierenden Abbildung φ eine positive Konstante L geben muss (L < 1), so dass der Betrag der Steigung in einer Umgebung der Fixstelle stets kleiner (oder gleich) L ist, ist zusammen mit der verständigen Anwendung keine Reproduktion. Die ungefähre Fixstelle (1,9) kann der Graphik entnommen werden; auch die im Aufgabentext angegebene Stelle 2 wird im Sinne der Problemstellung akzeptiert.
c)	Text: "Durch Superposition von φ mit einer linearen Funktion soll der Betrag der Steigung in einer Umgebung der Fixstelle a^* so verändert werden, dass er möglichst gering ist. Nimmt man für k die Steigung $\varphi'(a^*)$, [$\varphi'(a^*) \neq 1$] , so gilt: $\Phi'(a^*) = 0$." ; $k := 4{,}5959$ $\Phi(2) = \dfrac{2\cdot\sin(2) - 2\cdot 2\cdot\cos(2) - \pi + 2 - 4{,}5959\cdot 2}{1 - 4{,}5959} \approx 1{,}9050$	1	II I	4 3		Konvergenzverbesserung ist keine Reproduktion, selbst wenn dies Unterrichtsgegenstand im 1.Kurssemester gewesen ist. Der verständige Gebrauch des Taschenrechners ist nur Niveau I.
d)	$f'(x) = \sin(x) + x\cdot\cos(x)$ $f''(x) = 2\cdot\cos(x) - x\cdot\sin(x)$ $f'''(x) = -3\cdot\sin(x) - x\cdot\cos(x)$ $f^{(4)}(x) = -4\cdot\cos(x) + x\cdot\sin(x)$ $p_1(x) = \sum_{i=0}^{4} \frac{f^{(i)}(0)}{i!}\cdot x^i = x^2 - \frac{1}{6}\cdot x^4$ $p_2(x) = \sum_{i=0}^{3} \frac{f^{(i)}\left(\frac{\pi}{2}\right)}{i!}\cdot\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^i = x - \frac{\pi}{4}\cdot\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^3$ Text: "p_1 approximiert in einer Umgebung der Stelle 0 exakt, p_2 in einer Umgebung von $\frac{\pi}{2}$." Verständige Beschriftung der Graphen.	1 2	I II	4 3 4 3		Taylor-Reihenentwicklung ist sicher kein Niveau I, insbesondere weil f hier eine Produktfunktion ist, was sicheres Verfahrensverständnis voraussetzt. Aus Zeitgründen wird auf eine Fehlerbetrachtung durch Restgliedabschätzung verzichtet, wobei implizit die Frage der Genauigkeit im letzten Aufgabenteil enthalten ist.
				34		