Aufgabe 3: **1.Vorschlag**

Nr	Erwartete Teilleistung / Lösung	Hj	AB	BE	er.	Erläuterungen / Kommentar
a)	$f'(x) = x\cdot\cos(x) + \sin(x)$; $f''(x) = 2\cdot\cos(x) - x\cdot\sin(x)$; $f'''(x) = -3\cdot\sin(x) - x\cdot\cos(x)$			3		Aus Zeitgründen wurde bei der Wendepunktbestimmung auf die nochmalige Anwendung des Newton-Verfahrens verzichtet. Eine fachsprachlich saubere Argumentation sollte beim Einstieg in eine Analysisaufgabe dennoch erwartet werden.
	notw. f. rel. Max.: $\sin(x) + x\cdot\cos(x) = 0$; Newton: $x_{M2} = 2 - \frac{\sin(2)+2\cdot\cos(2)}{2\cdot\cos(2)-2\cdot\sin(2)} \approx 2{,}0290$	2	I	3		
	hinr. f. rel. Max.: $f'(2{,}0290) \approx 0 \wedge f''(2{,}0290) \approx -2{,}7045 \Rightarrow M(2{,}0290 \mid 1{,}8197)$ ist rel. Max.			3		
	hinr. f. Wendep.: $f''(1{,}0769) \approx 0 \wedge f'''(1{,}0769) \approx -3{,}1520 \Rightarrow W(1{,}0769 \mid 0{,}9483)$ ist Wendep.			3		
b)	(1) $A = \int_0^\pi x\cdot\sin(x)\,dx = -x\cdot\cos(x)\Big]_0^\pi + \int_0^\pi \cos(x)\,dx = \pi + \sin(x)\Big]_0^\pi = \pi$		I	3		
	(2) Erläuterung der Zylinderschalenmethode		II	3		Die verschiedenen Methoden zur Bestimmung von Rotationsvolumina um die y-Achse (Zylinder**schalen**-, Zylinder**scheiben**-, Umkehrfunktions- Methode) waren Unterrichtsgegenstand. Dennoch ist die korrekte Herleitung des Integrals eine besondere Forderung. Komplexere partielle Integration ist Niveau 2.
	$V_y = \int_0^\pi 2\cdot\pi\cdot x^2\cdot\sin(x)\,dx = 2\cdot\pi\cdot\left[\left[-x^2\cdot\cos(x)\right]_0^\pi + 2\cdot\int_0^\pi x\cdot\cos(x)\,dx\right] = \ldots = 2\cdot\pi\cdot(\pi^2-4)$		II	6		
	(3) $g(x) := \pi\cdot x^2\cdot(\sin(x))^2$ $\int_0^\pi g(x)\,dx = \frac{\pi}{3\cdot 6}\cdot\left[g(0)+4\cdot g\left(\frac{\pi}{6}\right)+2\cdot g\left(\frac{\pi}{3}\right)+4\cdot g\left(\frac{\pi}{2}\right)+2\cdot g\left(\frac{2\cdot\pi}{3}\right)+4\cdot g\left(\frac{5\cdot\pi}{6}\right)+g(\pi)\right]$	2	II	4		Die Guldinschen Regeln nahmen im Unterricht einen breiteren Raum ein, was sich auch in einer Klausuraufgabe des Ma-2 niederschlug.
	$\approx \ldots = \frac{92\cdot\pi^4}{18\cdot 36} \approx 13{,}8297$		II	5		Das Simpson-Verfahren setzt Überblick und Verständnis voraus (hier dreimalige Anwendung der Keplerschen Faßregel) und ist teilweise rechentechnisch aufwendig.
	(4) $x_s = \frac{V_y}{2\cdot\pi\cdot A} = \frac{\pi^2-4}{\pi} \approx 1{,}8684$ $y_s = \frac{V_x}{2\cdot\pi\cdot A} = \frac{\frac{23}{162}\cdot\pi^4}{2\cdot\pi^2} \approx 0{,}7006$; Eintrag in die Graphik		II	4		

c)	f ist im betrachteten Intervall nicht streng monoton. - Deshalb müßte man zuerst den Graphen von f über [x_M ; π] rotieren lassen: $V_{y1} = \left\| \int_{x_M}^{\pi} \pi \cdot x^2 \cdot dy \cdot \frac{dx}{dx} \right\| = \left\| \int_{x_M}^{\pi} \pi \cdot x^2 \cdot f'(x)\ dx \right\| = \int_{\pi}^{x_M} \pi \cdot x^2 \cdot f'(x)\ dx$; wegen dy < 0 müssen Betragsstriche gesetzt oder die Grenzen vertauscht werden. $V_{y2} = \int_{0}^{x_M} \pi \cdot x^2 \cdot f'(x)\ dx$ ist davon abzuziehen.	2	III	6		Das Erkennen der spezifischen Schwierigkeiten bei einer formelmäßigen Anwendung, bzw der Umsetzung der geforderten Strategie, ist problemlösendes Denken. Insbesondere die Problematik, daß in Teilintervallen dy negativ ist, mit der sich daraus ergebenden Konsequenz, stellt für Schüler oberstes Niveau dar.
				43		