Aufgabe 2: **2.Vorschlag**

Nr	Erwartete Teilleistung / Lösung	Hj	AB	BE	er.	Erläuterungen / Kommentar
a)	$\left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & 1\cdot x & - & 2\cdot y & - & 4\cdot z & = & 0 \\ \wedge & 2\cdot x & + & 1\cdot y & - & 3\cdot z & = & 0 \\ \wedge & 3\cdot x & + & 4\cdot y & - & 2\cdot z & = & 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rrrrrrrr} & x & - & 2\cdot y & - & 4\cdot z & = & 0 \\ \wedge & & & y & + & z & = & 0 \\ \wedge & & & & & 0 & = & 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ $\mathrm{Kern}(f) = \left\{ \vec{v} \,\middle\vert\, \vec{v} = t\cdot\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} ;\ t\in\mathbb{R} \right\}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2\cdot k \\ -k \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2k+2k-4k \\ 4k-k-3k \\ 6k-4k-2k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ;\ k\in\mathbb{R}$	3	I	4 2 2		
b)	$\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}\right\}$ ist linear unabhängig . - Es gilt: $\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = -2\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}\right\}$ ist Basis von Bild(f) $\Rightarrow$ **Rg** $S_h = 2$; **dim** $L_h = 1$; **dim** $V = 2 + 1 = 3$ (Dimensionssatz)	3	I II	3 1 1		Der Dimensionssatz ist keine Reproduktion.
c)	$\vec{w}_1 \in \mathrm{Bild}(f)$; $\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = -1\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\vec{w}_2 \notin \mathrm{Bild}(f)$; $\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} \neq a\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + b\cdot\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ (a = -2 ; b = -1 führt in der 3. Komponente zum Widerspruch) $L_i = \left\{ \vec{v} \,\middle\vert\, \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} ;\ t\in\mathbb{R} \right\}$	3	II	5 2		Der Zusammenhang der Lösbarkeit eines inhomogenen Gleichungssystems mit Bild(f) setzt gesichertes Verständnis voraus. Die Angabe von L_i (“spezielle Lösung” + “allgemeine Lösung von L_h”) ist Anforderungsbereich 2.
d)	Seien: $\vec{v}_1, \vec{v}_2 \in L_h$ beliebig ; $f(\vec{v}_1) = \vec{0} \wedge f(\vec{v}_2) = \vec{0}$ $f(r\cdot\vec{v}_1) = r\cdot f(\vec{v}_1) = r\cdot\vec{0} = \vec{0}$ $f(\vec{v}_1+\vec{v}_2) = f(\vec{v}_1) + f(\vec{v}_2) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$ Seien: $\vec{v}_1, \vec{v}_2 \in L_i$ beliebig ; $f(\vec{v}_1) = \vec{w}_1 \wedge f(\vec{v}_2) = \vec{w}_1$ $f(\vec{v}_1+\vec{v}_2) = f(\vec{v}_1) + f(\vec{v}_2) = \vec{w}_1 + \vec{w}_1 = 2\cdot\vec{w}_1$ $\Rightarrow \vec{v}_1+\vec{v}_2 \notin L_i$	3	I	3 2		
e)	Geometrisch ist ein Ebenenbüschel mit einer Schnittgerade gegeben; L_h stellt eine Ursprungsgerade dar, L_i eine dazu parallele Gerade (nicht durch den Ursprung).	3	II	3		Die geometrische Interpretation der Ergebnisse erfordert Überblick.
				28		