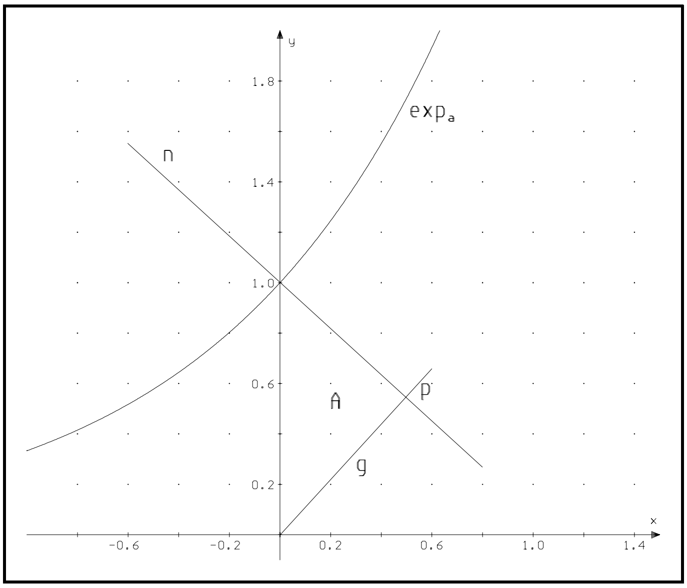
Durch die Normale **n** im Punkt (1 | 0) einer Exponentialfunktion $\mathbf{exp_a}$, die y-Achse und eine Ursprungsgerade **g**, die die Gerade **n** im Punkt **P** rechtwinklig schneidet, wird ein Dreieck mit dem Flächeninhalt **A** beschrieben.



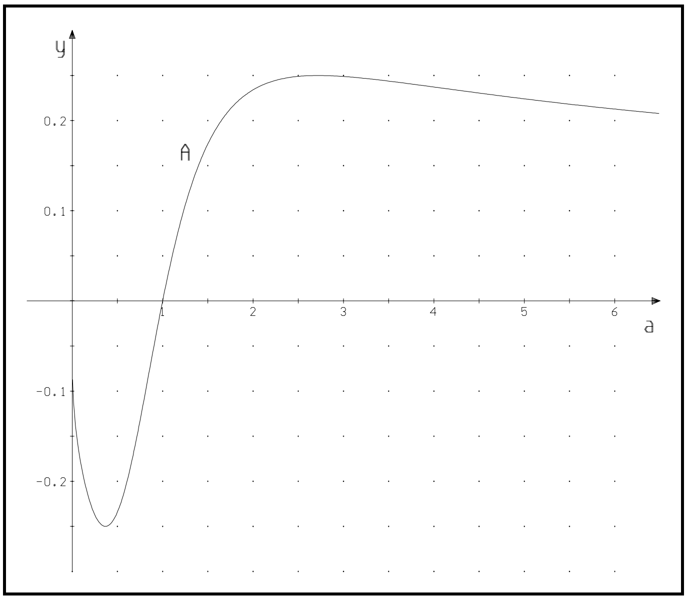
a) Es soll im folgenden zunächst untersucht werden, für welche Exponentialfunktion, d.h. für welche Basis **a**, der Flächeninhalt **A** extremal wird. Es gelte $\mathbf{a} \geq 1$!
Zeigen Sie, dass die geometrische Problemstellung auf die Untersuchung der folgenden Funktionsgleichung führt:

$$\mathbf{A}(a) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln(a)}{1 + (\ln(a))^2} .$$

b) Geben Sie den Funktionsterm von **A'** an, und untersuchen Sie **A** auf relative Extrema (es genügt eine *notwendige* Bedingung!). Bestimmen Sie danach das absolute Maximum der Funktion **A**, d.h. den Flächeninhalt des flächengrößten Dreiecks.

c) Es gelte nun $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^+$. Nebenstehend skizziert ist der Graph der Funktion **A**.

Zeigen Sie, dass die Funktion **A** an der Stelle **a** = 0 mit **A**(0) := 0 stetig ergänzbar ist.



d) Der Graph von **A** schließt mit der a-Achse über dem Intervall [0 ; 1] eine Fläche **F** ein.

Bestimmen Sie zunächst einen Näherungswert $\mathbf{F_1}$ für die orientierte Größe von **F** nach der Keplerschen Faßregel.

Bestimmen Sie danach einen Näherungswert $\mathbf{F_2}$ für die orientierte Größe von **F** nach dem Simpson - Verfahren durch Einteilung des Intervalls in **6** Teilintervalle.
Die erwartete Taschenrechnergenauigkeit für $\mathbf{F_1}$ und $\mathbf{F_2}$ beträgt **4** Nachkommastellen.