

Cevanen und Flächeninhalt

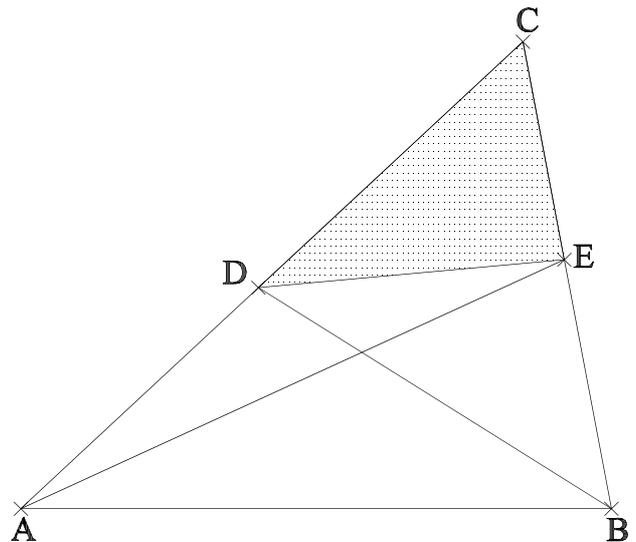
Wer findet inhaltsgleiche Dreiecke?

Zeichne in dein Heft ein beliebiges Dreieck (aber bitte nicht zu klein und keinen Spezialfall) und konstruiere zwei Cevanen durch die Punkte A und B.

Cevanen sind Geraden, die von einem Eckpunkt eines Dreiecks durch einen (beliebigen) Punkt der gegenüberliegenden Dreiecksseite verlaufen (beispielsweise sind Seitenhalbierende spezielle Cevanen).¹

- 1) Bezeichne die Schnittpunkte der Cevanen mit den Dreiecksseiten wie nebenstehend und bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle DEC$.

$$A_{\triangle DEC} \approx$$



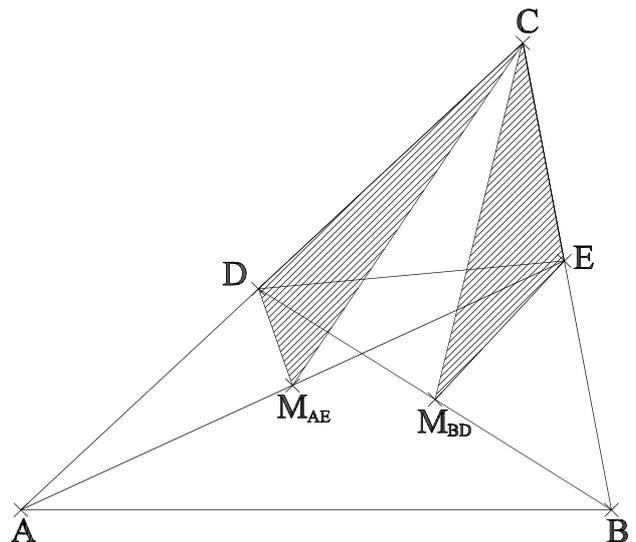
- 2) Konstruiere die Mittelpunkte M_{AE} und M_{BD} . Bestimme nun die Flächeninhalte der Dreiecke $\triangle M_{AE}CD$ und $\triangle M_{BD}EC$.

$$A_1 \approx$$

$$A_2 \approx$$

Schon etwas entdeckt? - Vergleiche mit den Ergebnissen der Nachbarn.

Kannst du eine dir sinnvoll erscheinende Behauptung formulieren?



- 3) Beweise: $A_1 + A_2 = A_{\triangle DEC}$

Hilfe: Konstruiere den Mittelpunkt M_{DE} und vergleiche z.B. die Dreiecke $\triangle M_{AE}CD$ und $\triangle M_{DE}CD$. Was kann man über die Strecken $M_{AE}M_{DE}$ und $M_{BD}M_{DE}$ aussagen? - Zeichne Hilfslinien ein!

Beweis:

¹ Giovanni Ceva, * 7. Dezember 1647 in Mailand, † 15. Juni 1734 in Mantua (Italien)

Cevanen und Flächeninhalt

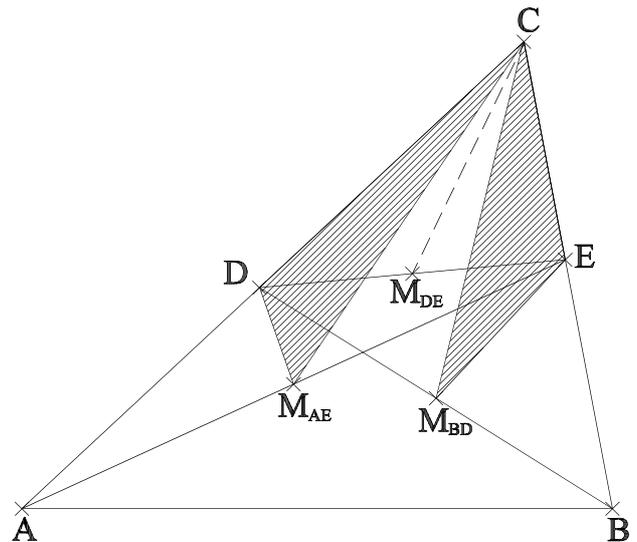
Wer findet inhaltsgleiche Dreiecke?

Falls Aufgabe 3) Schwierigkeiten bereitet hat:

- $M_{AE}M_{DE}$ ist Mittelparallele im Dreieck $\triangle AED$, womit gilt:

$$DC \parallel M_{AE}M_{DE}.$$

- Die Höhen, auf der Grundseite CD , der Dreiecke $\triangle M_{AE}CD$ und $\triangle M_{DE}CD$ sind gleich groß, womit diese Dreiecke (bei identischer Grundseite CD) flächeninhaltsgleich sind.

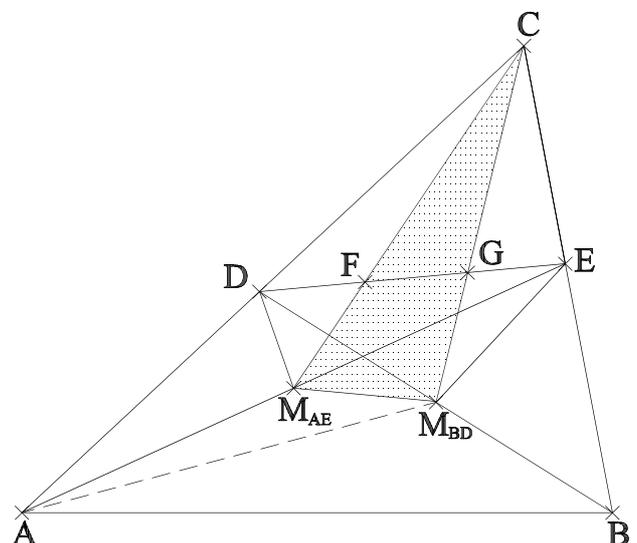
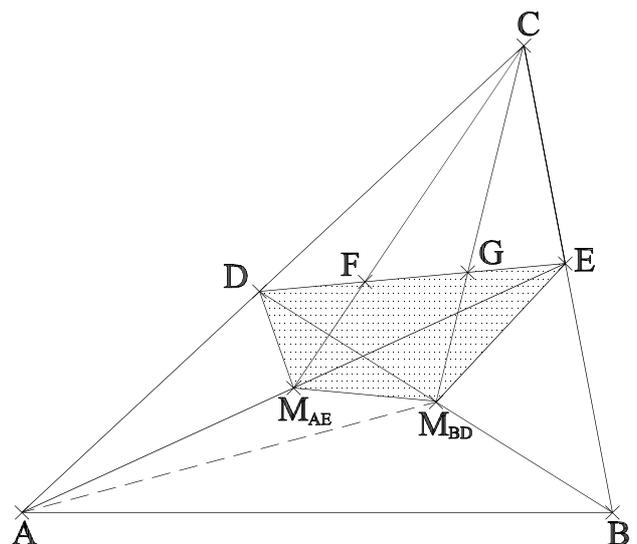


Entsprechend gilt:

Die Dreiecke $\triangle M_{BD}EC$ und $\triangle M_{DE}EC$ sind flächeninhaltsgleich. - War doch gar nicht so schwer?

4) Beweise: (unter Verwendung von 3))

- a) Die Flächeninhalte des Dreiecks $\triangle DEC$ und des Vierecks $\square DM_{AE}M_{BD}E$ sind gleich.
- b) Die Flächeninhalte des Dreiecks $\triangle DEC$ und des Dreiecks $\triangle M_{AE}M_{BD}C$ sind gleich.



Cevanen und Flächeninhalt

Wer findet inhaltsgleiche Dreiecke?

5) Beweise:

a) Die Flächeninhalte der Vierecke:

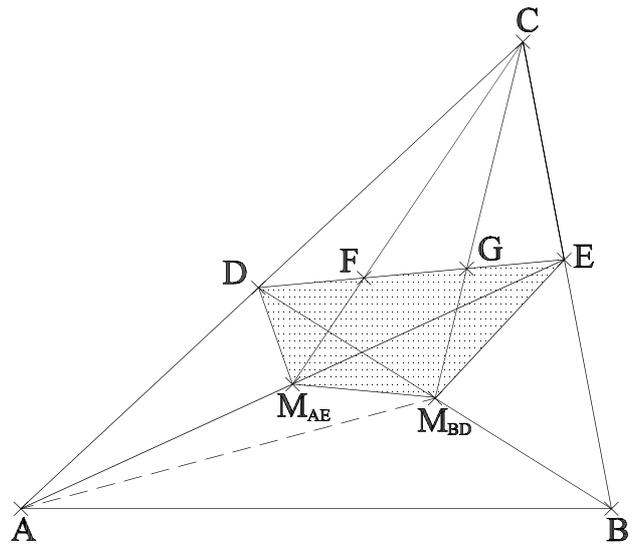
$\square DM_{AE}M_{BD}E$ und $\square AM_{BD}ED$
stehen im Verhältnis 1 : 2.

Tipp: Verwende die Eigenschaft von M_{AE} .

c) Der Flächeninhalte der Vierecke:

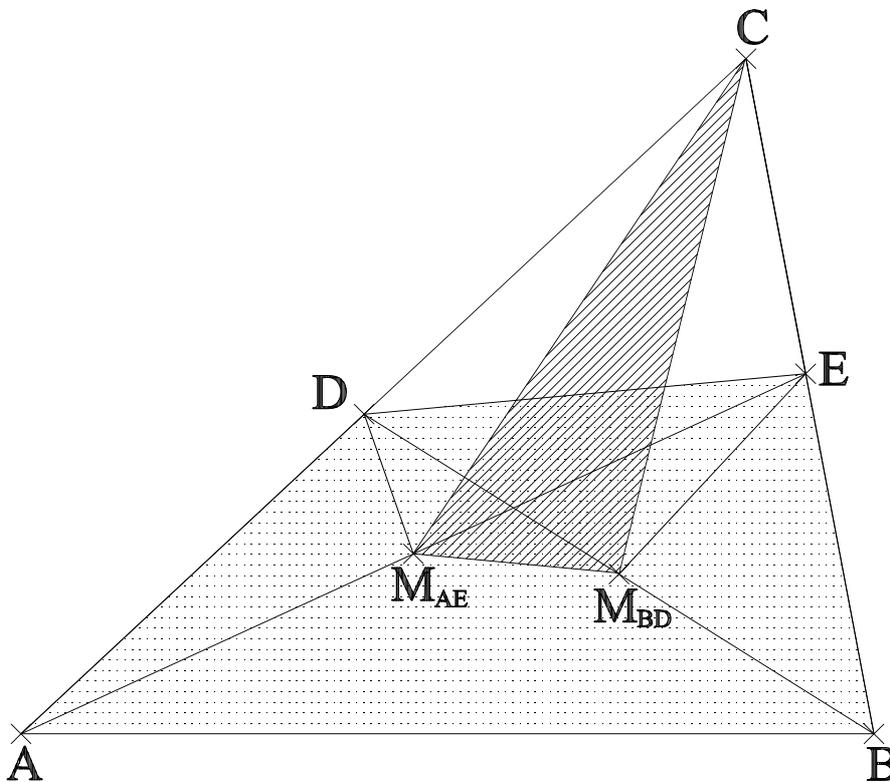
$\square AM_{BD}ED$ und $\square ABEMBD$
sind gleich.

Tipp: Verwende die Eigenschaft von M_{BD} .



Zusammenfassung:²

Die Flächeninhalte des Dreiecks $\triangle M_{AE}M_{BD}C$ und des Vierecks $\square ABED$ stehen im Verhältnis 1 : 4.



Bestätige dieses Ergebnis noch einmal durch Messung benötigter Größen und Rechnung.