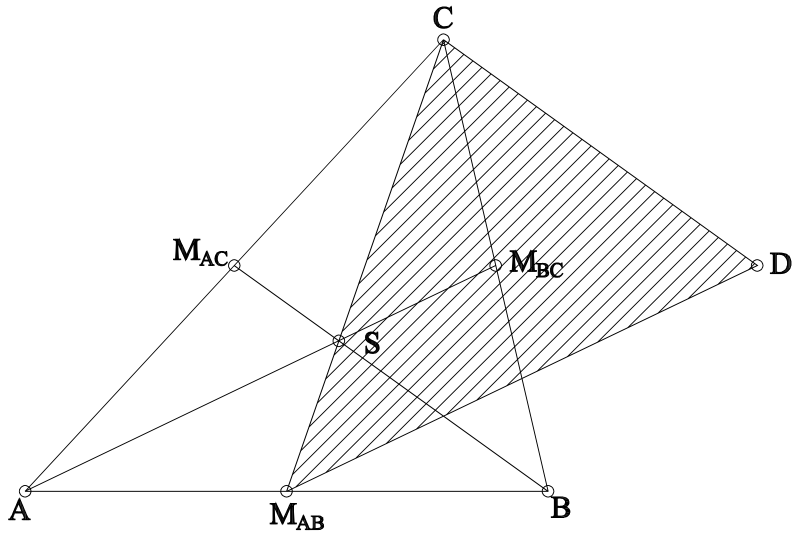
Flächeninhalte

oder: ... ein Dreieck kommt selten allein.

Zeichne in dein Heft ein beliebiges Dreieck (aber bitte nicht zu klein und keinen Spezialfall) und konstruiere die drei Seitenhalbierenden dieses Dreiecks.



Wir bilden nun aus den drei Seitenhalbierenden ein neues Dreieck und konstruieren dieses Dreieck platzsparend, indem wir s_c verwenden und den Punkt D so wie in der nebenstehenden Skizze bestimmen.

Aufgabe:

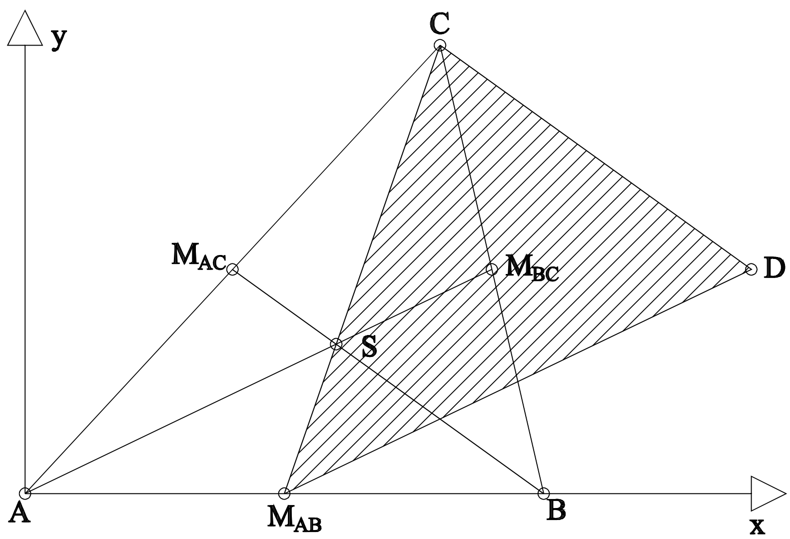
Vergleiche die Flächeninhalte deiner beiden Dreiecke durch geeignete Messung benötigter Größen mit anschließender Rechnung. - Gibt es einen bestimmten Zusammenhang der Flächeninhalte? - Vergleiche mit den Ergebnissen der Nachbarn.

Offensichtlich ist das Dreieck, gebildet aus den Seitenhalbierenden, kleiner als das Ausgangsdreieck. Gibt es ein bestimmtes Verhältnis der Flächeninhalte?

....

Wenn wir mit unseren auf Messungen beruhenden Ergebnissen unsicher sind, dann hilft es nichts: Wir müssen präzisere Untersuchungen anstellen! - Da hatten wir doch die Strategie von René Descartes!

Wir zeichnen uns ein Koordinatensystem und bestimmen die Flächeninhalte nach der Strategie: „Umbeschriebenes Rechteck mit achsenparallelen Seiten durch die Eckpunkte, ohne drei rechtwinklige Dreiecke“.



Geschickterweise legen wir den Punkt A in den Ursprung des Koordinatensystems und die Seite AB auf die x-Achse.

Aufgabe:

Es gelte: $\mathbf{B}\left(x_B \mid 0 \right)$ und $\mathbf{C}\left(x_C \mid y_C \right)$.

Bestimme die Koordinaten der restlichen Punkte in Abhängigkeit von x_B, x_C und y_C. - Begründe deine Entscheidungen, eventuell mit der Kongruenz von Teildreiecken.

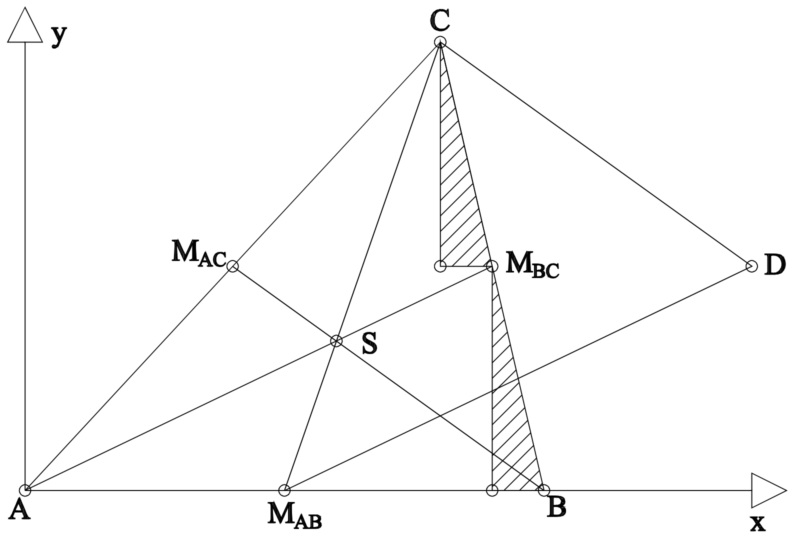
....

Flächeninhalte

oder: ... ein Dreieck kommt selten allein.

Zum Vergleich:

$$\mathbf{M_{AB}}\left(\tfrac{1}{2}\cdot x_B \mid 0 \right),$$
$$\mathbf{M_{AC}}\left(\tfrac{1}{2}\cdot x_C \mid \tfrac{1}{2}\cdot y_C \right),$$
$$\mathbf{M_{BC}}\left(\tfrac{1}{2}\cdot x_B + \tfrac{1}{2}\cdot x_C \mid \tfrac{1}{2}\cdot y_C \right)$$

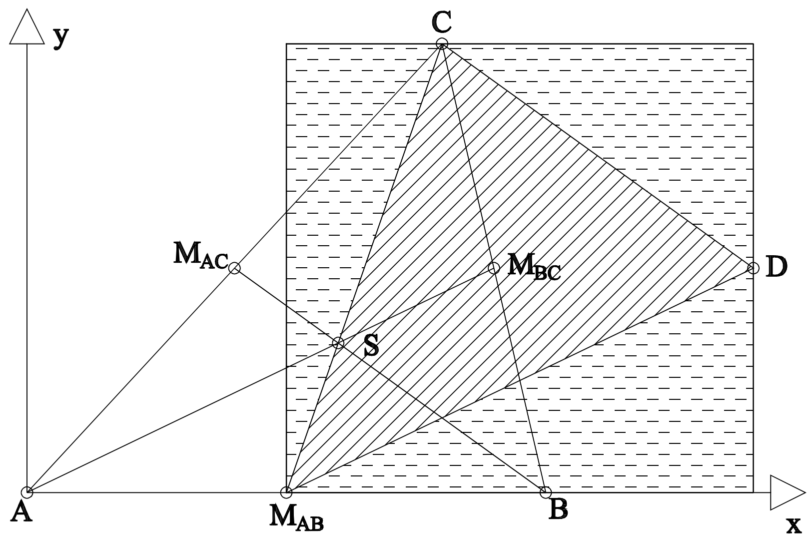


Man kann z.B. die Koordinaten von $\mathbf{M_{BC}}$ gut aus der Kongruenz der nebenstehend schraffierten Dreiecke herleiten.

[x-Koordinate: $x_C + \tfrac{1}{2}\cdot(x_B - x_C)$]

$$\mathbf{D}\left(x_B + \tfrac{1}{2}\cdot x_C \mid \tfrac{1}{2}\cdot y_C \right)$$

Aufgaben:



Berechne nach der Methode von René Descartes den Flächeninhalt des Dreiecks $\Delta \mathbf{M_{AB}DC}$,

Bestätige, dass gilt:

Die Flächeninhalte des Ausgangsdreiecks und des Dreiecks, gebildet aus den Seitenhalbierenden, stehen im Verhältnis **4 : 3**.[1]

(HA): Untersuche den Sachverhalt auch für den Fall eines stumpfwinkligen Dreiecks. Ergeben sich wesentliche Änderungen bei den Punktkoordinaten?

1 Quelle: Antonio Gutierrez (http://www.agutie.com) „herons formula: medians“