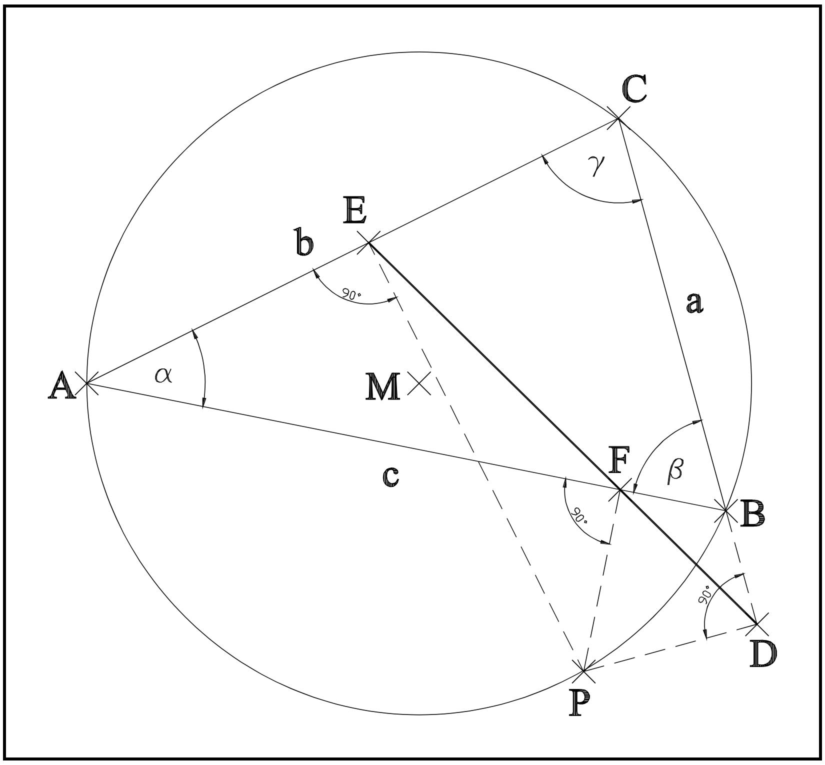
Lotfußpunkte und Kollinearität

oder: ... von der Nützlichkeit des Umfangswinkelsatzes und des Sehnenviereckssatzes

Gegeben ist ein Dreieck mit seinem Außenkreis. Fällt man von einem beliebigen Kreispunkt P Lote auf alle Dreiecksseiten, dann sieht es in der nebenstehenden Konstruktion so aus, als lägen die drei Lotfußpunkte D, E und F auf einer Geraden.

Probiere es aus!

Ist das auch so, wenn das Dreieck stumpfwinklig ist? - Fertige eine entsprechende Konstruktion an.

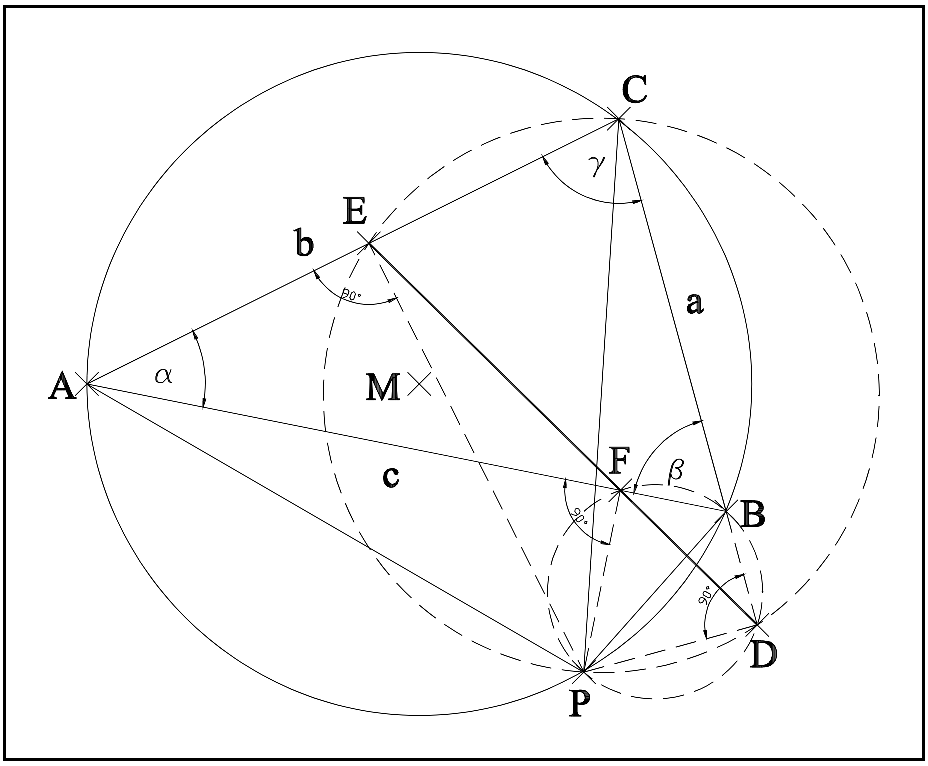


Wie soll man denn nun die Eigenschaft der Kollinearität der drei Lotfußpunkte D, E und F beweisen?

Man könnte versuchen zu zeigen, dass der Winkel ∢FDP zum Winkel ∢EDP kongruent ist, denn dann müßten bei gleichem zweiten Schenkel DP die ersten Schenkel FD und ED auf einer Geraden liegen.

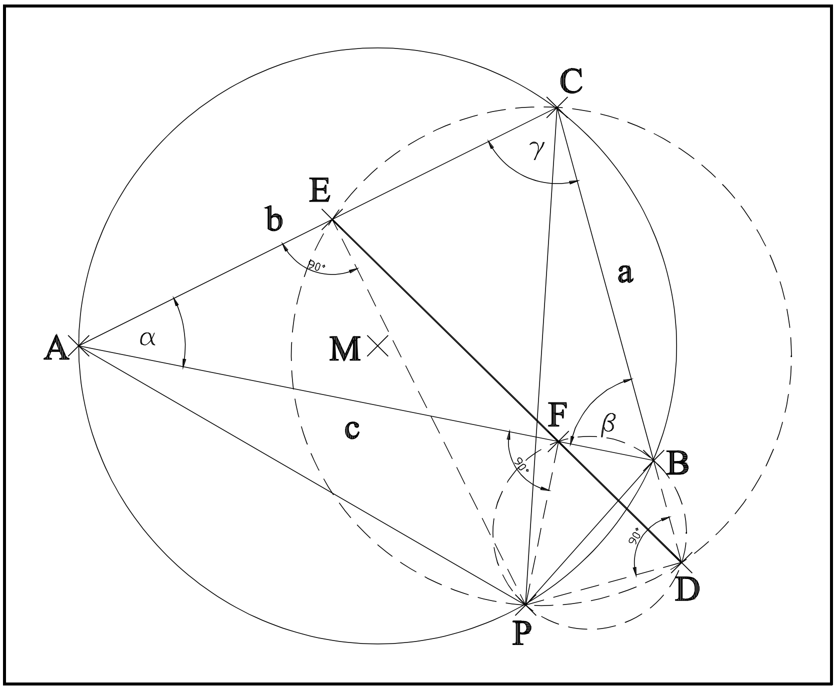
<u>Aufgabe:</u>

Verbinde in deiner Skizze den Punkt P mit den Eckpunkten des Dreiecks und begründe, dass die Vierecke □PDBF und □PDCE Sehnenvierecke sind.



Lotfußpunkte und Kollinearität

oder: ... von der Nützlichkeit des Umfangswinkelsatzes und des Sehnenviereckssatzes



Aufgabe:

Begründe die folgenden Schritte:

$\overline{\sphericalangle FDP} = \overline{\sphericalangle FBP}$ (Sehne FP)
$\overline{\sphericalangle ABP} = \overline{\sphericalangle FBP}$ ($F \in AB$)

$\overline{\sphericalangle ABP} = \overline{\sphericalangle ACP}$ (Sehne AP)
$\overline{\sphericalangle ECP} = \overline{\sphericalangle ACP}$ ($E \in AC$)

$\overline{\sphericalangle ECP} = \overline{\sphericalangle EBP}$ (Sehne EP)

$\Rightarrow \quad F \in ED$

Die Gerade durch die drei Lotfußpunkte D, E und F heißt Simson-Gerade.[1]

Robert **Simson**
✳ 14. Oktober 1687 in West Kilbride, Ayrshire, Schottland
† 01. Oktober 1768 in Glasgow, Schottland

[1] Quelle: http://www.matheraetsel.de/texte/simpson-gerade-main.pdf