Eine Aufgabe aus alter Zeit

Konstruieren und Rechnen ... wir wollen es genau wissen

Von **Adamas Kochanski**, einem polnischen Jesuiten, stammt folgende Aufgabe aus dem Jahre **1685**:[1]

Tipp: Fertige zuerst gemäß der Konstruktionsbeschreibung eine Prinzipskizze auf einem "Schmierblatt" an. Wenn Du dann die Gesamtkonstruktion verstanden hast, so konstruiere nun richtig (mit Zirkel und Lineal) so, dass die Konstruktion möglichst groß (und genau) auf ein DIN-A4-Blatt passt!

1) Zeichne einen Kreis **k** mit Mittelpunkt **M** und beliebigem Radius **r**.

2) Zeichne einen Durchmesser des Kreises mit den Endpunkten **P** und **Q**.

3) Konstruiere in den Punkten **P** und **Q** die Kreistangenten $\mathbf{t_P}$ und $\mathbf{t_Q}$.

4) Zeichne einen Winkel **α** mit Scheitelpunkt **M**, der Winkelgröße 30° und dem 2. Schenkel **MQ**. Der erste Schenkel dieses Winkels schneidet die Tangente $\mathbf{t_Q}$ in einem Punkt **R**.

5) Trage, von **P** ausgehend, auf der Tangente $\mathbf{t_P}$ dreimal den Radius **r** ab und nenne den Endpunkt **T**. (Wähle diejenige der 2 Möglichkeiten für **T**, dass die Strecke **TR** den Durchmesser **PQ** nicht schneidet).

6) Verbinde **R** mit **T**.

7) Bilde nach Messung das Streckenlängenverhältnis: $\dfrac{\overline{\mathbf{RT}}}{\mathbf{r}}$. (Sind diese Strecken im mathematischen Sinne eigentlich messbar (kommensurabel)?

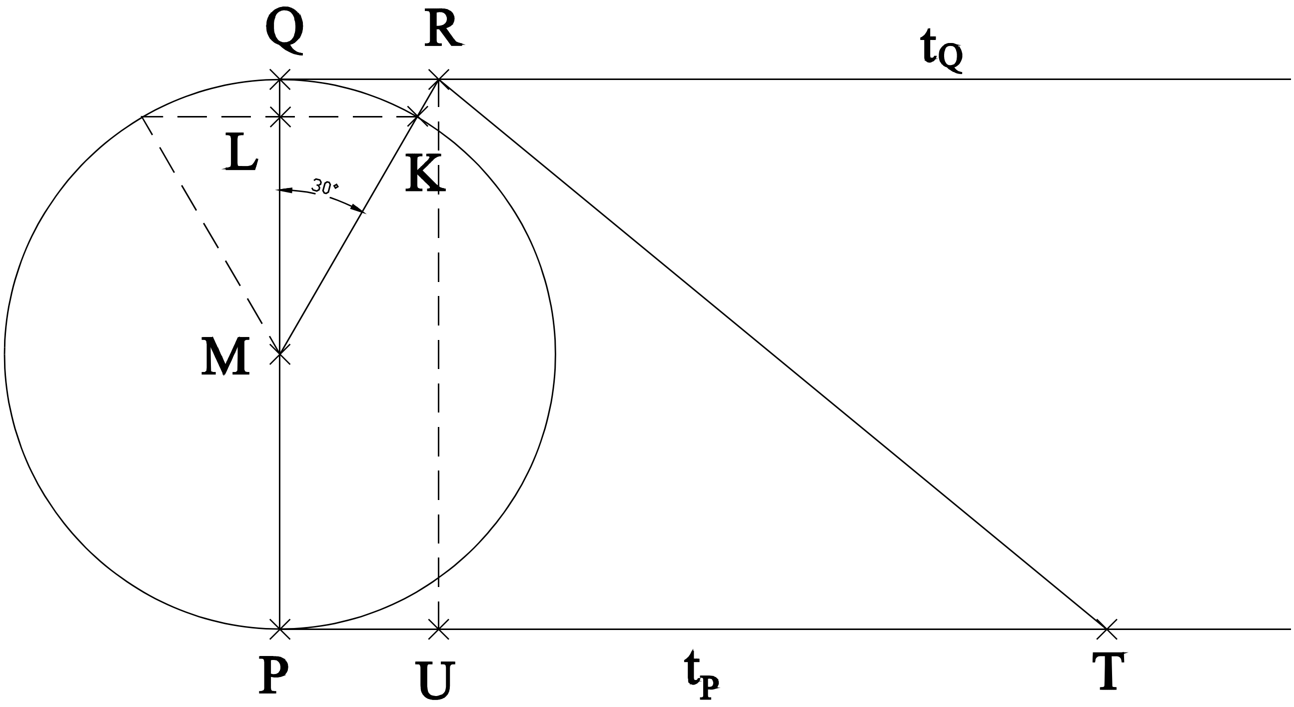
8) Berechne die Länge der Strecke **RT** und bilde wiederum das Streckenlängenverhältnis: $\dfrac{\overline{\mathbf{RT}}}{\mathbf{r}}$. Vergleiche mit Deinem Messergebnis!

   Eine kleine Hilfe: Der erste Schenkel des Winkels schneidet den Kreis **k** in einem Punkt **K**. Fälle von **K** ein Lot auf **PQ** und nenne den Fußpunkt **L**. Spiegelst Du das Dreieck **ΔMKL** an **PQ**, so kannst Du die Länge **KL** ganz leicht bestimmen. - Und nun nur noch ein wenig Pythagoras, Strahlensatz ...... und fertig!

---

[1] Quelle: Lietzmann: Leitfaden der Geometrie; Verlag: Teubner 1928

Lösungsskizze (**r** = 1 gesetzt):



a) $\overline{LK} = \frac{1}{2}$

b) $\overline{ML} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$ (Satz des Pythagoras)

c) $\overline{QR} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (Strahlensatz)

d) $\overline{UT} = 3 - \frac{1}{\sqrt{3}}$

e) $\overline{TR} = \sqrt{\frac{40}{3} - 2 \cdot \sqrt{3}}$ (Satz des Pythagoras)

Eine Aufgabe aus alter Zeit
Konstruieren und Rechnen ... wir wollen es genau wissen

Anmerkung:

Adamas Kochanski hat mit dieser Konstruktion eine Näherungslösung für die Länge des halben Kreisumfanges angegeben.

Voraussetzungen:

$\overline{BF} = r$
$\overline{DE} = 3 \cdot r$

Behauptung:

$\overline{AE} \approx \pi \cdot r$

Wie gut ist diese Näherung von π ?