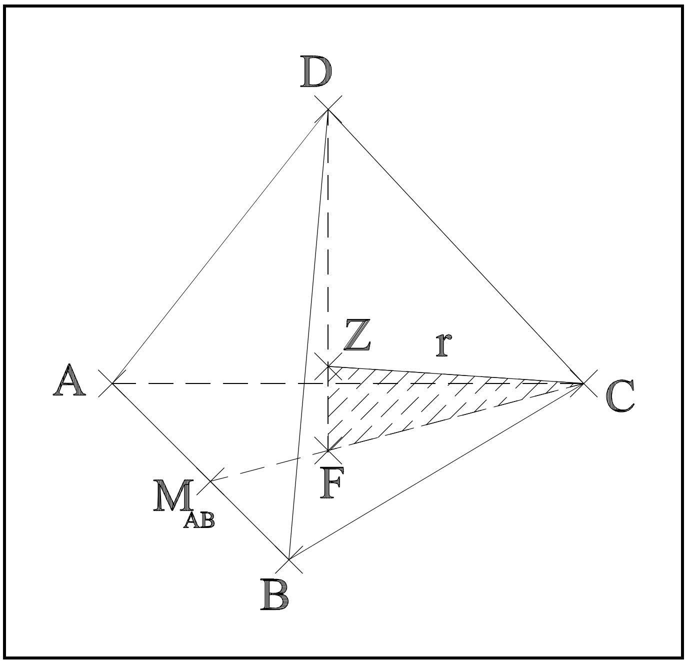
Das Methanmolekül

(auch in der Chemie benötigt man zuweilen Mathematik !)

Das Methanmolekül kann man sich als Tetraeder vorstellen, bei dem die Eckpunkte A, B, C und D von den Wasserstoffatomen besetzt sind.

Diese Wasserstoffatome haben vom Kohlenstoffatom (Z) alle die Entfernung r.
Z ist also der Mittelpunkt einer Kugel, auf der die Punkte A, B, C und D liegen.



<u>Aufgabe:</u>
Bestimme die (feste) Größe der Winkel, welche die Radien (Schenkel), von Z (Scheitelpunkt) ausgehend, zu den Eckpunkten des Tetraeders miteinander einschließen.

z.B.: $\alpha := \overline{\sphericalangle CZD} = ?$

Im folgenden setzen wir für die Seitenkante des Tetraeders den Buchstaben: **a** .

<u>Teilaufgaben:</u>

(1) Bestimme die Länge der Strecke FC unter Verwendung des Satzes über die Seitenhalbierenden in einem Dreieck. - Begründe, dass bei den Seitenflächen eines Tetraeders die Höhen und die Seitenhalbierenden identisch sind.

(2) Bestätige, dass gilt: $\overline{FD} = \frac{a}{3} \cdot \sqrt{6}$.

(3) Es gilt: FZ = FD - **r** . - Bestätige durch Rechnung im Dreieck: ΔFCZ dass gilt: $\mathbf{r} = \frac{a}{4} \cdot \sqrt{6}$.

<u>Anmerkung und Folgerung:</u> Bei einem (allgemeinen) Tetraeder nennt man die Strecken von den jeweiligen Schnittpunkten der Seitenhalbierenden der Dreiecksflächen zu dem zugehörigen gegenüberliegenden Punkt: Schwerelinien. - Beachte, dass die Schwerelinien im Raum sich in einem Punkt (Z) schneiden, und dass Z jede Schwerelinie im Verhältnis: 1 : 3 teilt.

(4) Bestimme im rechtwinkligen Dreieck: ΔFCZ die Winkelgröße $\overline{\sphericalangle FZC} = 180° - \alpha$.
Bestätige, dass gilt: $\alpha \approx 109{,}47°$.

(5) Bestätige das vorherige Ergebnis durch (direkte) Rechnung im Dreieck: ΔDZC mit dem Kosinussatz (verallgemeinerter Satz des Pythagoras).