Zur Superposition* nicht *frequenzgleicher harmonischer Schwingungen

(nur für den Spezialfall: $A_1 = A_2 =: A$ und $\varphi = 0$)

Damit gilt unter Verwendung von Additionstheoremen und dem 'Pythagoras der Trigonometrie' (Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$):

$$s_R(t) = s_1(t) + s_2(t) = A\cdot\left[\sin(\omega_1\cdot t) + \sin(\omega_2\cdot t)\right]$$

$$= A\cdot\left[\sin\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2} + \frac{\omega_1\cdot t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2} + \frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\right]$$

$$= A\cdot\left[2\cdot\sin\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right) + 2\cdot\sin\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\right]$$

$$= 2\cdot A\cdot\left[\sin\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\left[\sin^2\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\right] + \sin\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\left[\sin^2\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\right]\right]$$

$$= 2\cdot A\cdot\left[\sin\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\sin^2\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\sin^2\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\right]$$

$$= 2\cdot A\cdot\left[\left[\sin\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\right]\cdot\left[\cos\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\right]\right]$$

$$= 2\cdot A\cdot\sin\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2} + \frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\omega_1\cdot t}{2} - \frac{\omega_2\cdot t}{2}\right)$$

$$= 2\cdot A\cdot\sin\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}\cdot t\right)\cdot\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}\cdot t\right) =: 2\cdot A\cdot s_T(t)\cdot s_M(t)$$

Interessanter Fall: $\omega_1 \approx \omega_2$ (Schwebung) ;
Durch den Term: $\mathbf{s_T(t)}$ wird die Trägerschwingung beschrieben, durch den Term: $\mathbf{s_M(t)}$ eine Amplitudenmodulation.