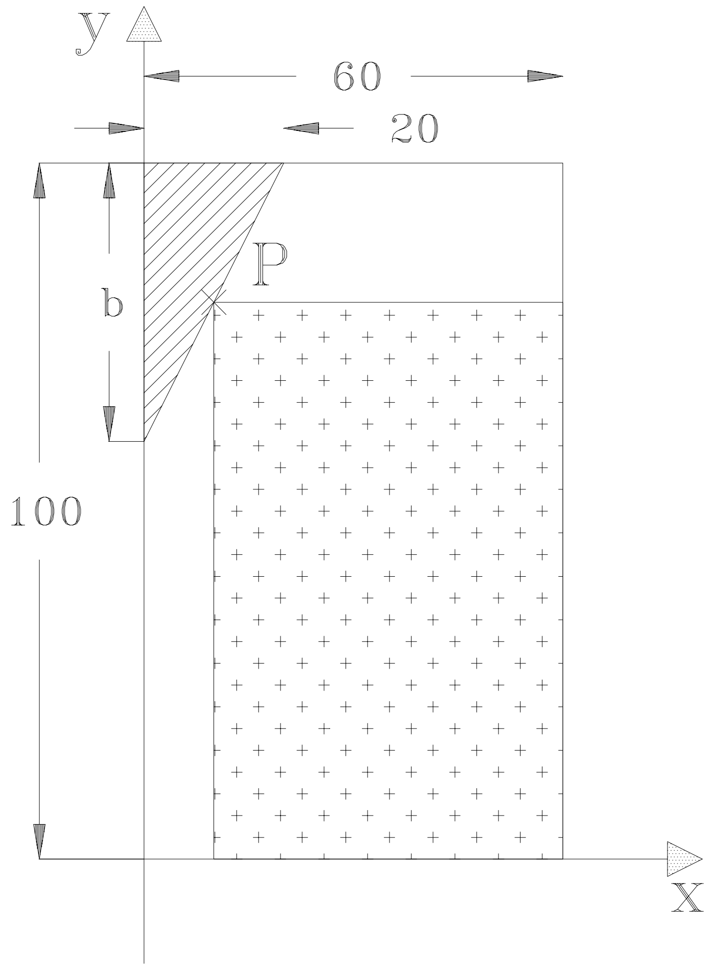


Der Lehrling Arne M. beim Glasermeister Fritz Durchblick hat mal wieder Flurschaden angerichtet.

Aus einer neuen Glasscheibe mit dem Flächenmaß: 100 cm × 60 cm ist eine Ecke herausgebrochen!

Da der Preis einer Glasscheibe sich nach der Größe der Fläche richtet, und nur rechteckige Scheiben verkäuflich sind, soll der Lehrling den Schaden minimieren, indem er eine rechteckige Scheibe größten Flächeninhalts aus dem Bruchstück herausschneidet.

Arne M. hat sich nebenstehende Skizze im Koordinatensystem angefertigt. Da er jedoch in seiner Schulzeit keine Differentialrechnung gelernt hat, muß ihm von Experten geholfen werden.

Arne M. teilt den Mathematikexperten mit, daß die abgebrochene Glasscheibenecke ein rechtwinkliges Dreieck ist, deren eine Kathete 20 cm lang ist. Das Maß der 2. Kathete ist nicht richtig zu entziffern (**b ?**) und so beschließt man, die Aufgabe für die 3 Fälle: $\mathbf{b_1 = 20}$ **cm**, $\mathbf{b_2 = 40}$ **cm** und $\mathbf{b_3 = 60}$ **cm** alternativ zu lösen.

1) Bestimme für die 3 Fälle von **b** die Gleichung der zugehörigen Geraden, auf der der Eckpunkt **P** der neuen Glasscheibe liegen muß.

2) Definiere Dir geeignete Variable für die Koordinaten von **P** und gib einen zugehörigen Funktionsterm für den Flächeninhalt der neuen Glasscheibe an.

3) Transferiere ins mathematische Modell und gib für alle 3 Fälle die Funktionsgleichungen der zugehörigen Extremalfunktionen an.

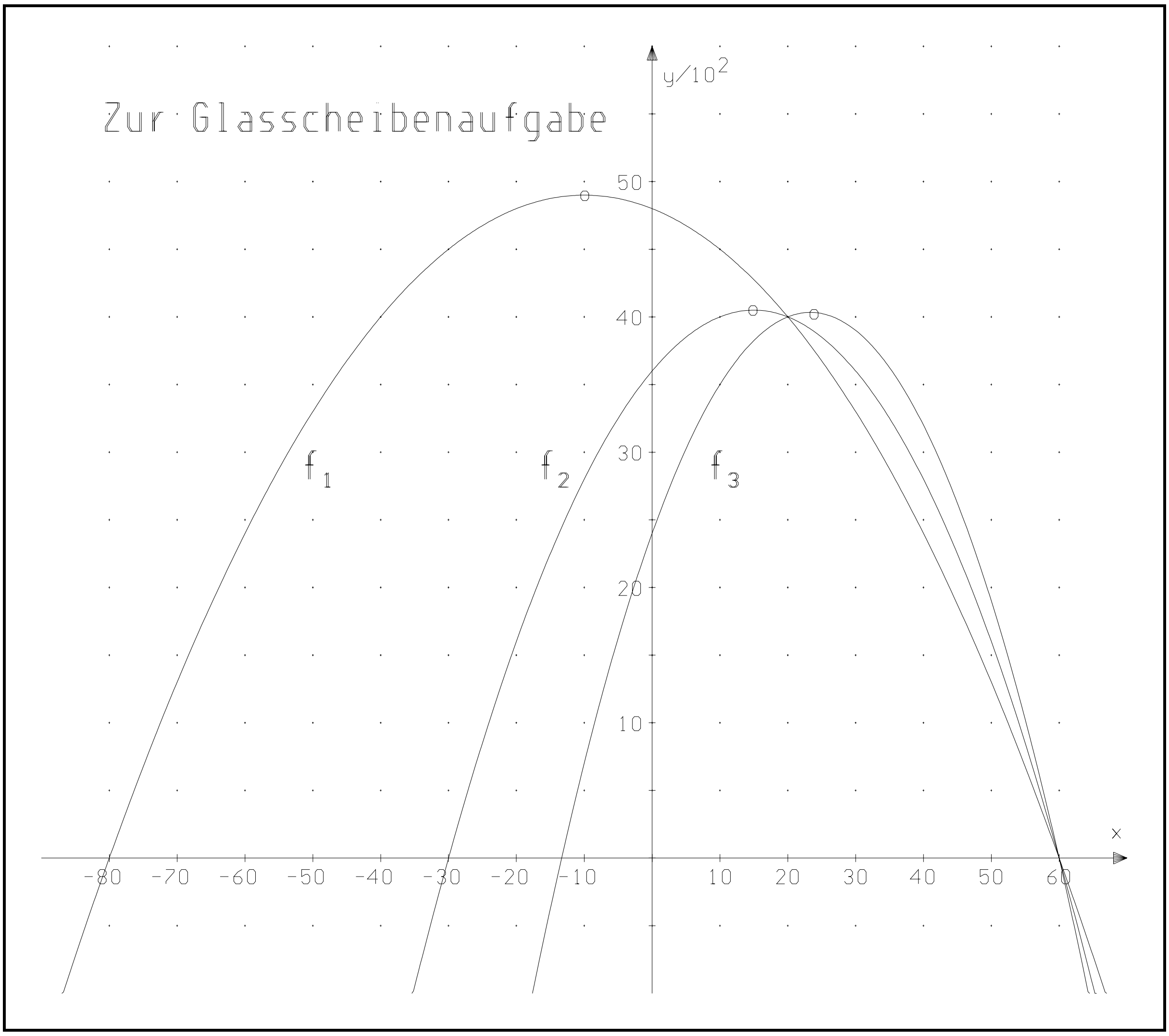
4) Bestimme das jeweilige lokale Maximum der Extremalfunktionen im Sinne der Differentialrechnung mit geeigneten Kriterien.

5) Interpretiere die mathematische Lösung im Sinne der Anwendung. Kann Lehrling Arne M. mit dieser Lösung etwas anfangen? - Bestimme das <u>absolute Maximum</u> des Flächeninhaltes in allen 3 Fällen!

Die Lösung des Problems:

Im mathematischen Modell lauten die Funktionsgleichungen für die 3 Fälle von **b**:

$$\mathbf{f_1}(x) = -x^2 - 20\cdot x + 4800$$
$$\mathbf{f_2}(x) = -2\cdot x^2 + 60\cdot x + 3600$$
$$\mathbf{f_3}(x) = -3\cdot x^2 + 140\cdot x + 2400$$



Die relativen Maxima werden natürlich durch die Scheitelpunkte der nach unten geöffneten Parabeln charakterisiert.

Bei der Interpretation der mathematischen Lösung in der Anwendungssituation ist nun die sinnvolle Definitionsmenge zu beachten! - Es gilt: $\mathbf{D_A := [\ 0\ ;\ 20\ ]}$!

Damit ist in den Fällen (1) und (3) das **absolute Maximum** am Rande der Definitionsmenge nicht mit Differentialrechnung bestimmbar, nur im Fall (2) ist das **relative Maximum** auch **absolut**.

Was sind also die größtmöglichen Flächeninhalte $\mathbf{A_{max}}$ in den Fällen (1), (2) und (3) ?