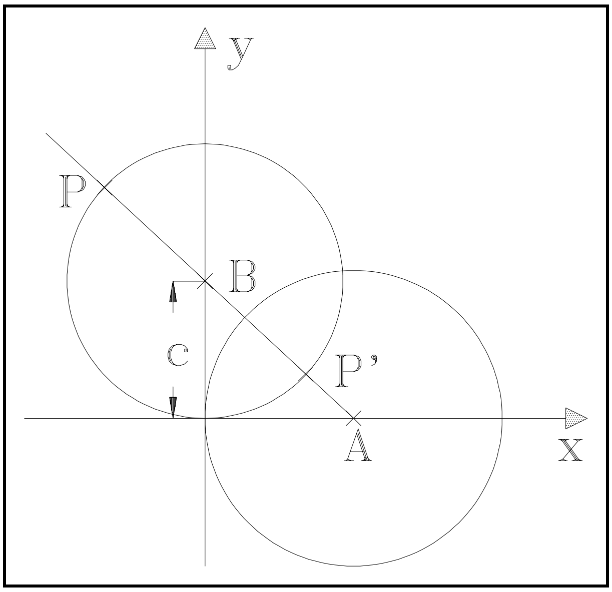
Kurven der Inversion am Kreis

Es geht auch anders!

Gegeben ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt **A** der durch den Ursprung verläuft (r = a).

Ein Strahl, von **A** ausgehend, schneide die y-Achse im Punkt **B**; der Abstand von **B** zum Ursprung sei dann die Strecke der Länge **c**. Ein Kreis um den Punkt **B** mit dem Radius **c** schneide den Ausgangsstrahl in den zwei Punkten **P** und **P′**.

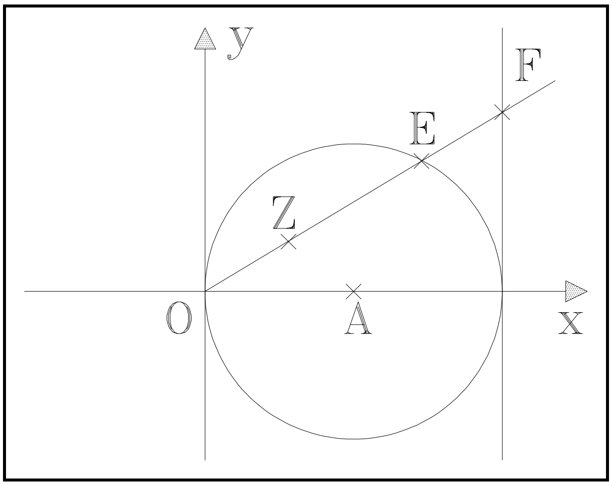


1. <u>Beweise:</u> Wandert **B** entlang der y-Achse, so beschreiben die Punkte **P** und **P′** eine **Strophoide**.

   <u>Hinweis:</u> Fälle vom Punkt **P** ein Lot auf die x-Achse und vom Punkt **B** ein Lot auf das erste Lot. Es entstehen eine Strahlensatzfigur sowie rechtwinklige Dreiecke. Leite daraus eine Beziehung für die Punktkoordinaten von **P** her!

Gegeben ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt **A** der durch den Ursprung verläuft (r = a), sowie eine Parallele zur y-Achse durch den 2. Schnittpunkt des Kreises mit der x-Achse.

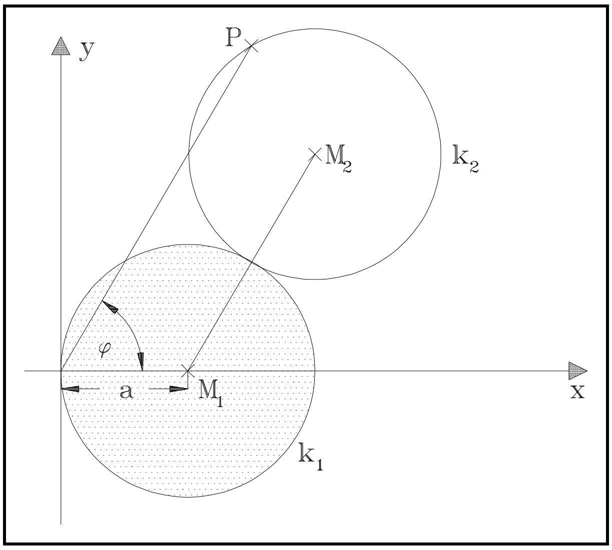
Ein Strahl, von **O** ausgehend, schneide den Kreis im Punkt **E**, die Parallele im Punkt **F**. Der Punkt **Z** ist so auf dem Strahl gewählt, dass gilt: $\overline{\mathbf{OE}} = \overline{\mathbf{ZF}}$.



2. <u>Beweise:</u> Wandert **E** entlang des Kreises, so beschreibt der Punkt **Z** eine **Zissoide**.

   <u>Hinweis:</u> Fälle von den Punkten **Z** und **E** Lote auf die x-Achse. Es entstehen eine Strahlensatzfigur sowie rechtwinklige Dreiecke. Leite daraus eine Beziehung für die Punktkoordinaten von **Z** her!

Ein Kreis $\mathbf{k_2}$ rolle auf einem Kreis $\mathbf{k_1}$ (gleicher Radius) ab. Zu Beginn berühren sich beide Kreise im Ursprung, d.h.: $\varphi = 180°$. Der Berührpunkt zu Beginn auf Kreis $\mathbf{k_2}$ wird markiert und heiße **P**.



3. <u>Beweise:</u> Rollt $\mathbf{k_2}$ auf $\mathbf{k_1}$ ab, so beschreibt **P** eine **Kardioide**.

   <u>Hinweis:</u> a) Mit 2 Fünfmarkstücken ausprobieren! - b) Von $\mathbf{M_1}$ und $\mathbf{M_2}$ Lote auf **OP** fällen. Eine Gleichung in Polarkoordinaten herleiten.

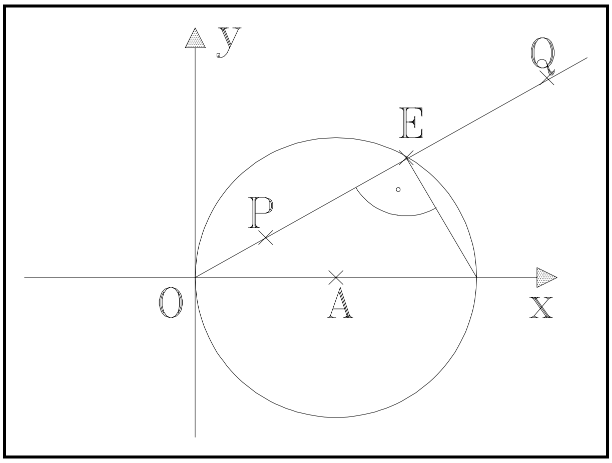
   Was passiert bei unterschiedlich großen Radien?

Kurven der Inversion am Kreis
Es geht auch anders!

Und nun eine Konstruktion, die auf Etienne Pascal, den Vater von Blaise Pascal zurückgeht: **Pascalsche Schnekken**.

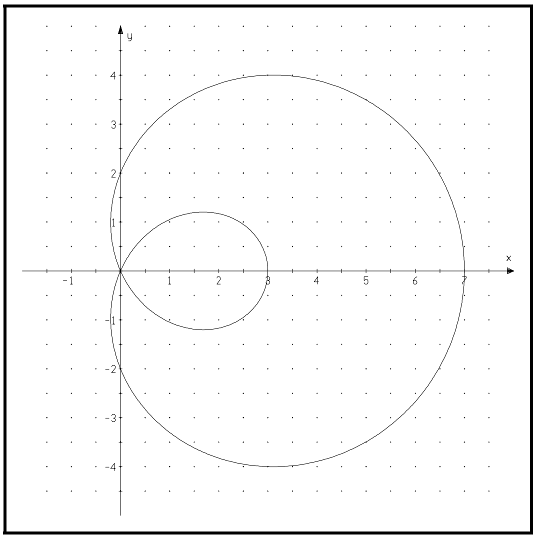
Gegeben ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt **A** der durch den Ursprung verläuft (r = a), sowie eine Ursprungsgerade.

Die Ursprungsgerade schneide den Kreis im Punkt **E**. Von **E** ausgehend trägt man auf der Ursprungsgeraden nach beiden Seiten eine Strecke der Länge **l** ab und erhält die Punkte **P** und **Q** (Hier skizziert der Fall: **l** < 2 · **a**).



<u>Definition:</u> Die Kurve, die von den Punkten **P** und **Q** beschrieben wird wenn **E** den Kreis durchläuft, heißt Pascalsche Schnecke.

4. Entwickle eine Gleichung in Polarkoordinaten für die Pascalsche Schnecke. - Fertige entsprechend dieser Gleichung Graphiken für die 3 Fälle: **l** < 2 · **a** , **l** = 2 · **a** und **l** > 2 · **a** an.



a ist in allen 3 Fällen gleich!

Wie groß ist **a** ?
Wie groß ist **l** ?