

Kurvendiskussion (Übung)

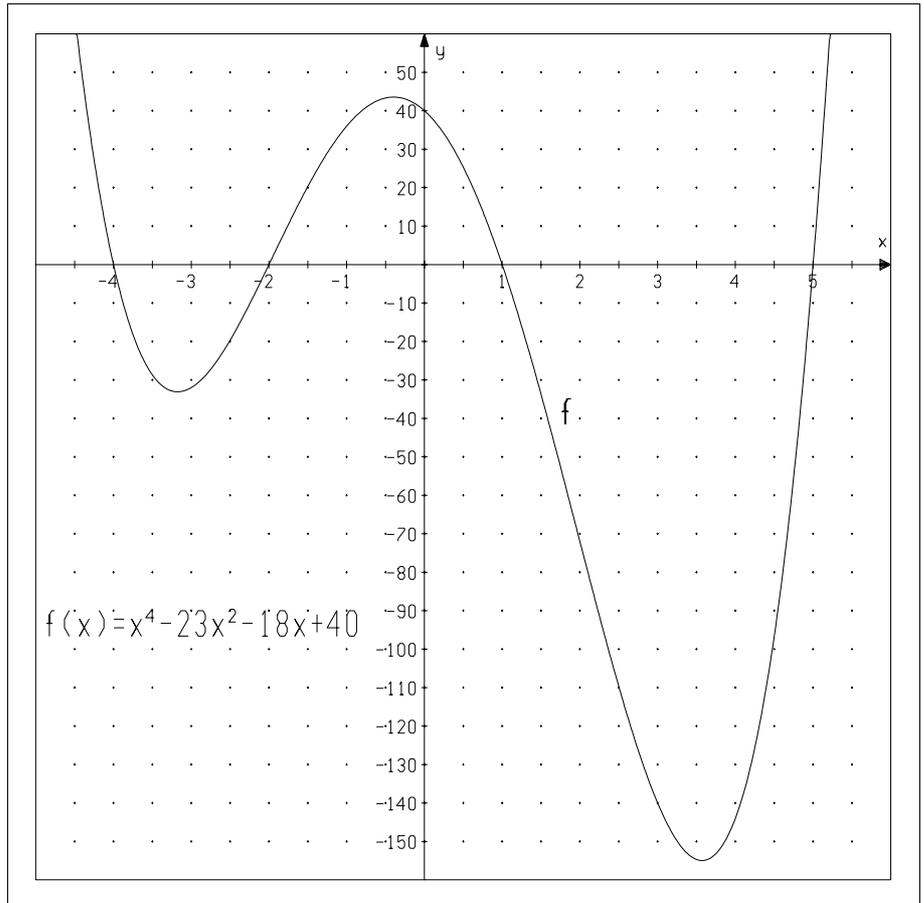
mit und ohne Newton-Verfahren

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) := x^4 - 23 \cdot x^2 - 18 \cdot x + 40$$

Aufgaben:

1. Es gilt: $f(1) = 0$. Bestimme weitere Nullstellen durch Anwendung der Polynomdivision.
2. Bestimme die Nullstellen von f' approximativ mit Hilfe des einfachen Newtonverfahrens. Überprüfe jeweils eine hinreichende Bedingung für die Existenz relativer Extrema und trage die zugehörigen Punkte in die Graphik ein.



Zu 2.:

n	x_n	$f'(x_n)$	$f''(x_n)$	$f'(x_n) : f''(x_n)$
1	-3,00000000	12,00000000	62,00000000	0,19354839
2	-3,19354839	-1,37759726	76,38501561	-0,01803492
3	-3,17551347	-0,01244127	75,00662974	-0,00016587
4	-3,17534760	-0,00000105	74,99398882	-0,00000001
n	x_n	$f'(x_n)$	$f''(x_n)$	$f'(x_n) : f''(x_n)$
1	3,50000000	-7,50000000	101,00000000	-0,07425743
2	3,57425743	0,23323281	107,30379375	0,00217357
3	3,57208385	0,00020259	107,11739647	0,00000189
4	3,57208196	0,00000000	107,11723432	0,00000000
n	x_n	$f'(x_n)$	$f''(x_n)$	$f'(x_n) : f''(x_n)$
1	-0,50000000	4,50000000	-43,00000000	-0,10465116
2	-0,39534884	-0,06112669	-44,12439156	0,00138533
3	-0,39673416	-0,00000912	-44,11122404	0,00000021
4	-0,39673437	0,00000000	-44,11122207	0,00000000

Kurvendiskussion (Übung)

mit und ohne Newton-Verfahren

3. Bestimme die Nullstellen von f'' zunächst approximativ mit Hilfe des einfachen Newtonverfahrens. Berechne danach diese Nullstellen exakt durch Lösung der zum Term von f'' gehörenden quadratischen Gleichung und vergleiche mit den vorherigen Näherungsergebnissen. Überprüfe jeweils eine hinreichende Bedingung für die Existenz von Wendepunkten und trage die zugehörigen Punkte in die Graphik ein.
-

Zu 3.:

$$x_w = \pm \sqrt{\frac{23}{6}}$$

n	x_n	$f''(x_n)$	$f'''(x_n)$	$f''(x_n) : f'''(x_n)$
1	-2,00000000	2,00000000	-48,00000000	-0,04166667
2	-1,95833333	0,02083333	-47,00000000	-0,00044326
3	-1,95789007	0,00000236	-46,98936170	-0,00000005
4	-1,95789002	0,00000000	-46,98936050	0,00000000
n	x_n	$f''(x_n)$	$f'''(x_n)$	$f''(x_n) : f'''(x_n)$
1	2,00000000	2,00000000	48,00000000	0,04166667
2	1,95833333	0,02083333	47,00000000	0,00044326
3	1,95789007	0,00000236	46,98936170	0,00000005
4	1,95789002	0,00000000	46,98936050	0,00000000
