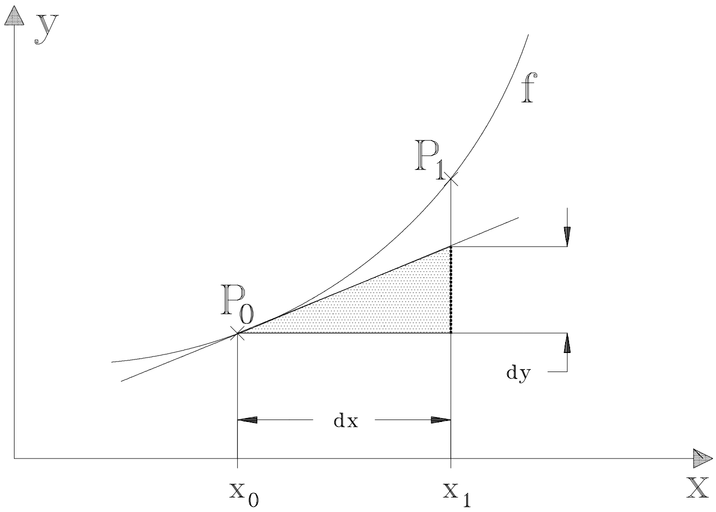
Differentiale

Das Differential $\mathbf{dy := f'(x) \cdot dx}$ kann als Funktion zweier Variabler aufgefaßt werden.

Es ist untauglich zur Bestimmung einer Tangentensteigung, denn man muß natürlich $f'(x_0)$ kennen, um zu einem Differential dx ein zugehöriges Differential dy bestimmen zu können.

Vorteil: Man kann im Sinne der Bruchrechnung mit Differentialen rechnen!

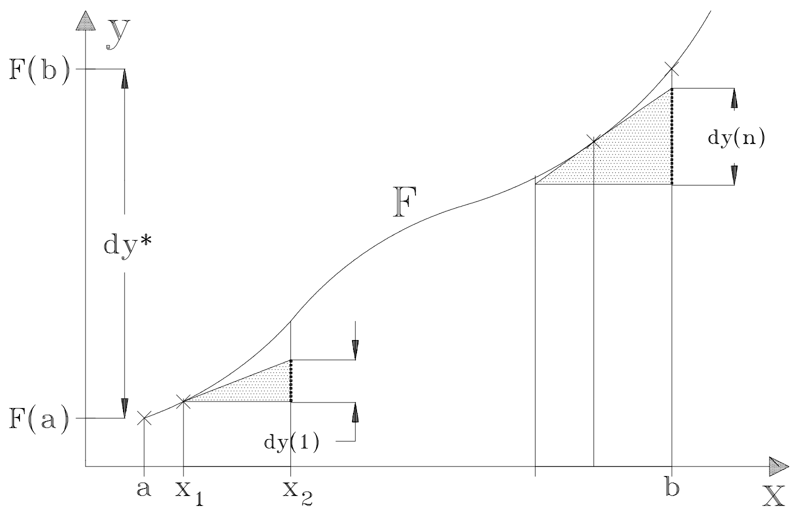


Voraussetzung: Die Funktion **f** sei stetig (d.h. **f** ist integrierbar und **f** besitzt eine Stammfunktion **F**).

Das Differential $dy_1 := dy\,(\,F'(x_1)\,;\,x_2 - x_1\,)$ kann im unteren Diagramm als Summand einer Riemann-Summation interpretiert werden!

$$\int_a^b f(x)\,dx =$$

$$\int_a^b F'(x)\,dx = \int_{F(a)}^{F(b)} dy$$



Was passiert, wenn man im oberen Diagramm das Differential dx := b - a wählt? - Damit „entartet“ das Integral zu einem Summanden eines geeigneten Differentials: dy*.

Die Differentiale

$$dy\,(\,F'(a)\,;\,b - a\,) = dy\,(\,f(a)\,;\,b - a\,)$$
$$dy\,(\,F'(b)\,;\,b - a\,) = dy\,(\,f(b)\,;\,b - a\,)$$

sind hier i.a. beide ungeeignet, aber:

$$dy^*\,(\,F'(c)\,;\,b - a\,) = dy^*\,(\,f(c)\,;\,b - a\,)$$
$$= F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)\,dx$$

1. MWS der Differentialrechnung (für **F**)
Mittelwertsatz der Integralrechnung (für **f**)