

# Gebrochen-rationale Funktionen

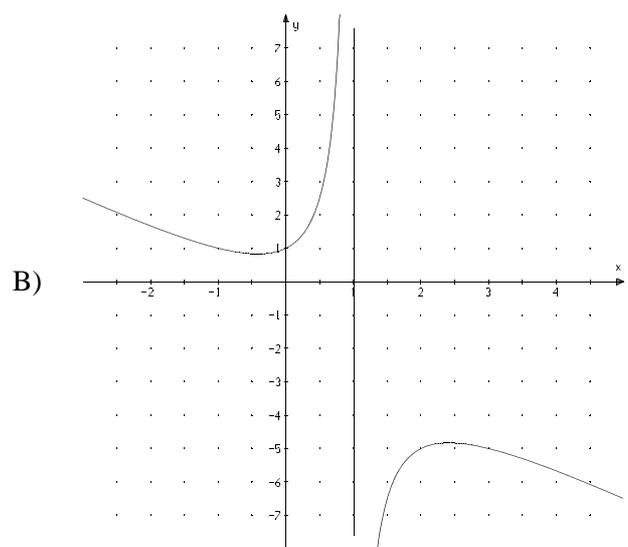
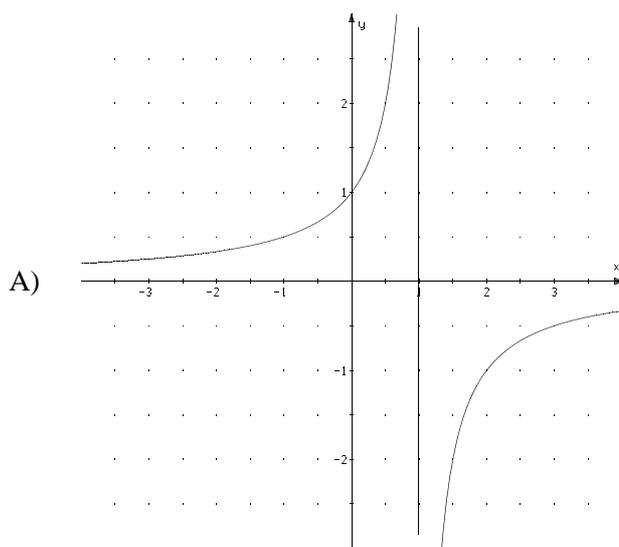
Welcher Term gehört zu welcher Graphik?

Beigefügt ist der Computerausdruck der Graphen von acht gebrochen-rationale Funktionen ( A) bis H) ). (Hinweis: Beachten Sie, dass die Achsenmaßstäbe z.T. unterschiedlich sind und dass durch das geringe Auflösungsvermögen kleine Ungenauigkeiten auftreten können!) Nachfolgend sind die auftretenden Funktionsterme aufgeführt:

$$\frac{1-x}{x^2+1} \quad ; \quad \frac{1-x}{x^2-1} \quad ; \quad \frac{1-x}{x^2} \quad ; \quad \frac{1-x}{(x+1)^2} \quad ; \quad \frac{1-x}{(x-1)^2} \quad ; \quad \frac{x^2+1}{1-x} \quad ; \quad \frac{x^2}{1-x} \quad ; \quad \frac{(x-1)^2}{1-x}$$

## Aufgaben:<sup>1</sup>

- Ordnen Sie die Terme den entsprechenden Graphen zu und begründen Sie stichwortartig ihre Entscheidung. In Ihrer Argumentation sollten die Begriffe: Definitionsmenge ( -lücke(n) ), Nullstelle(n), asymptotisches Verhalten, Pol(e) mit (ohne) Vorzeichenwechsel, stetige Ergänzbarkeit etc. vorkommen, wenn sie von Bedeutung sind. Es sollen keine expliziten Rechnungen durchgeführt werden!
- Geben Sie die Funktionsgleichung der ersten beiden Ableitungen von f mit  $f(x) = \frac{1-x}{x^2+1}$  an. Bestimmen Sie die relativen Extremwerte von f und überprüfen Sie eine notwendige Bedingung für die Existenz von Wendestellen dieser Funktion. Tragen Sie Ihre Ergebnisse in den zugehörigen Graphen ein!
- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der (schrägen) Asymptotenfunktion  $a_f$  derjenigen Funktion, die zu dem Term  $\frac{x^2}{1-x}$  gehört. Zeichnen Sie den Graphen von  $a_f$  in die zugehörige Darstellung ein!
- Der Graph der Funktion zum Term  $\frac{1-x}{x^2}$  schließt mit der x-Achse eine sich von 1 bis ins Unendliche erstreckende Fläche ein. Zeigen Sie, dass man dieser Fläche keine Flächenmaßzahl zuordnen kann, dass es aber möglich ist, dem bei Rotation um die x-Achse dieser Fläche entstehenden Volumen eine Volumenmaßzahl zuzuordnen. Bestimmen Sie diese Volumenmaßzahl!



<sup>1</sup> Dieses Problem wurde vor vielen Jahren als Abituraufgabe gestellt. Als Arbeitszeit (es wurde viel erläuternder Text erwartet) waren 75 Minuten veranschlagt.

# Gebrochen-rationale Funktionen

## Welcher Term gehört zu welcher Graphik?

