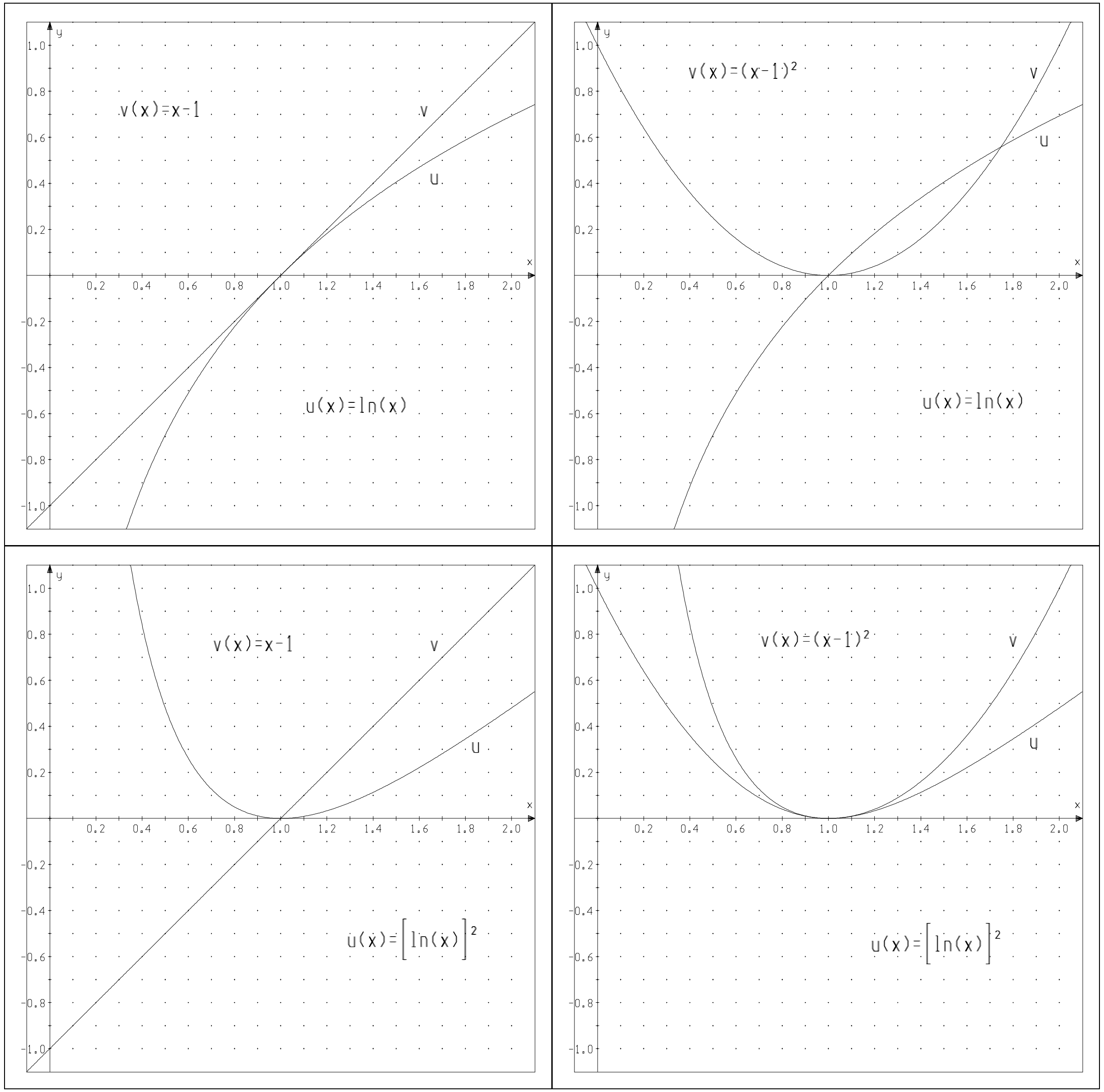
<u>Zu den Regeln von *de l'Hospital*</u>



Nebenstehend skizziert sind verschiedene Funktionen **u** und **v** mit: $\mathbf{u}(1) = \mathbf{v}(1) = 0$.
Für die verschiedenen Fälle soll untersucht werden, ob die jeweilige Funktion **f** mit:

$$\mathbf{f(x) := \frac{u(x)}{v(x)}} \quad \left(\mathbf{f(x) := \frac{v(x)}{u(x)}}\right)$$

an der Stelle $\mathbf{x_0} = 1$ stetig ergänzbar ist, d.h. ob der Grenzwert:

$$\lim_{\mathbf{x\to 1}} \mathbf{\frac{u(x)}{v(x)}} \quad \left(\lim_{\mathbf{x\to 1}} \mathbf{\frac{v(x)}{u(x)}}\right) \quad \text{existiert.}$$

Äußern Sie sich nach einer propädeutisch-algebraischen (z.B. durch Einsetzung von $\mathbf{x_1} = 1{,}01$ oder $\mathbf{x_2} = 0{,}99$ in den Funktionsterm von **f**) und graphischen Analyse des jeweiligen Funktionsverlaufes in einer Umgebung von 1 zur vermutlichen Existenz (oder Nichtexistenz) des fraglichen Grenzwertes. Begründen Sie Ihre Behauptung!

Formulieren Sie einen Satz (Voraussetzung?!) im Hinblick auf die Existenz des Grenzwertes: $\lim\limits_{\mathbf{x\to a}} \mathbf{\frac{u(x)}{v(x)}}$.

(**HA**): Bestimmen Sie die nebenstehend charakterisierten Grenzwerte, <u>sofern sie existieren</u>.

1) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\cos(x) - 1\right) \cdot \frac{1}{x}$

2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\tan(x)}{x - \frac{\pi}{2}}$

3) $\lim\limits_{x\to 0} x \cdot \ln(x)$

4) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\cos(x)\right)^2 \cdot \frac{1}{x}$

5) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x^3 - 4\cdot x^2 - x + 4}{x^2 - 16}$

6) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x}$

7) $\lim\limits_{x\to \infty} x^2 \cdot e^{-x}$

8) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{(\sin(x))^2}{\cos(x) - 1}$

9) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 - 4\cdot x + 4}{x^2 - 1}$

10) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 - 5\cdot x + 4}{x^2 - 1}$

11) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 - 4\cdot x + 4}{x^2 - 4}$

12) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[5]{x} \cdot (\ln(x))^2$

13) $\lim\limits_{x\to \infty} x^8 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x$

<u>1. und 2. Regel von de l'Hospital:</u>