Zur Verbesserung der Konvergenzgeschwindigkeit von Iterationsfunktionen

2 ist Lösung der Gleichung: $x^3 - 5\cdot x + 2 = 0$

Graphisch dargestellt sind die möglichen Iterationsfunktionen φ_1 und deren Verbesserung Φ_1 mit:

$$\varphi_1(x) = \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2}$$

$$\Phi_1(x) = x + \frac{\varphi_1(x) - x}{1 - \varphi_1'(2)}$$

$$= x + \frac{4}{7}\cdot\left(\frac{5}{x} - \frac{2}{x^2} - x\right)$$

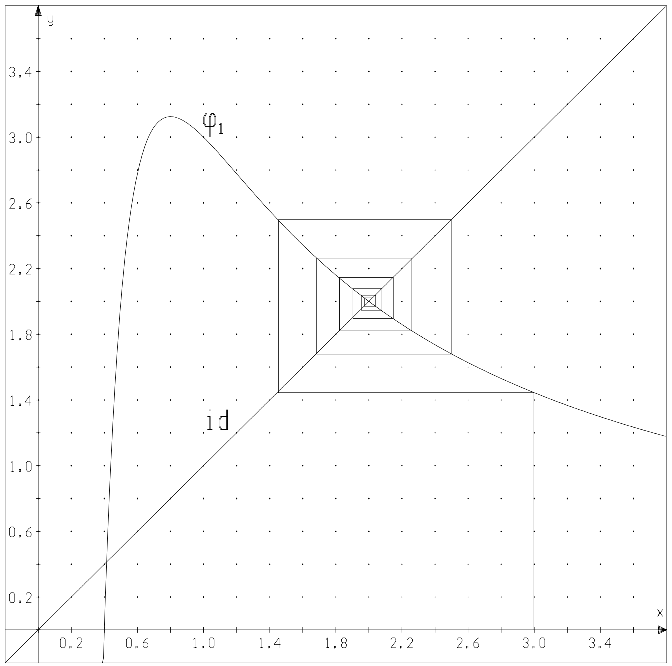
Herleitung der Konvergenzverbesserung:

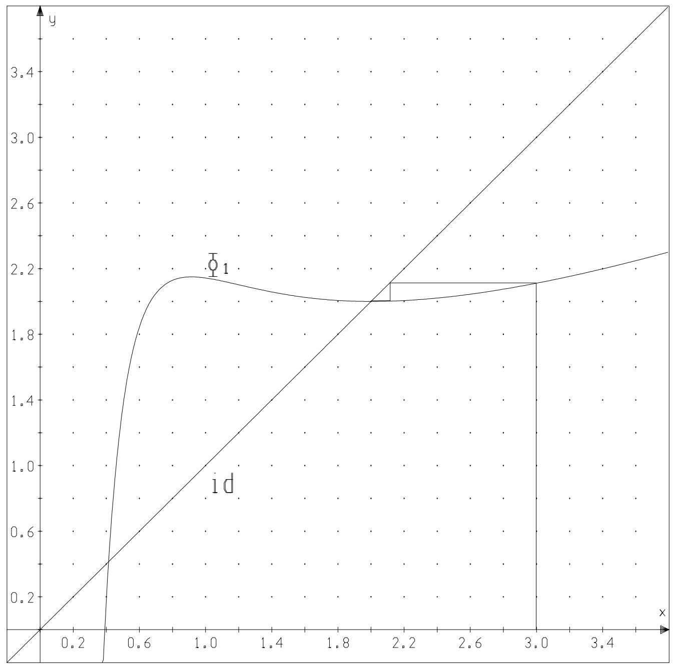
Die Fixpunktbedingung: $x = \varphi(x)$ wird durch Subtraktion von $k\cdot x$ auf beiden Seiten umgeschrieben in: $x - k\cdot x = \varphi(x) - k\cdot x$.
Auflösung dieser Gleichung nach x auf der linken Seite ergibt die neue Iterationsfunktion:

$$\Phi(x) := x + \frac{\varphi(x) - x}{1 - k}$$

Mit $k = \varphi'(x^*)$, $(k \neq 1)$, gilt : $\Phi'(x^*) = 0$ **!**

Andere gute Wahlen von **k** beziehen sich auf eine Umgebung] a ; b [von **x***: Man nehme die Sekantensteigung, die mittlere Steigung (1.MWS), oder iteriere das Intervall sogar!





n	x_n	$\frac{\lvert x_{n+1} - 2\rvert}{\lvert x_n - 2\rvert}$	x_n	$\frac{\lvert x_{n+1} - 2\rvert}{\lvert x_n - 2\rvert}$	$\frac{\lvert x_{n+1} - 2\rvert}{\lvert x_n - 2\rvert^2}$
1	3,000000		3,000000		
2	1,444444	0,555556	2,111111	0,111111	0,111111
3	2,502959	0,905325	2,001715	0,015433	0,138900
4	1,678392	0,639432	2,000000	0,000245	0,142796
5	2,269067	0,836629	2,000000	0,000000	0,141046
6	1,815099	0,687195	2,000000	??	??
7	2,147614	0,798340	2,000000	??	??
8	1,894537	0,714452	2,000000	??	??