

Zur Konvergenzgeschwindigkeit von Iterationsfunktionen

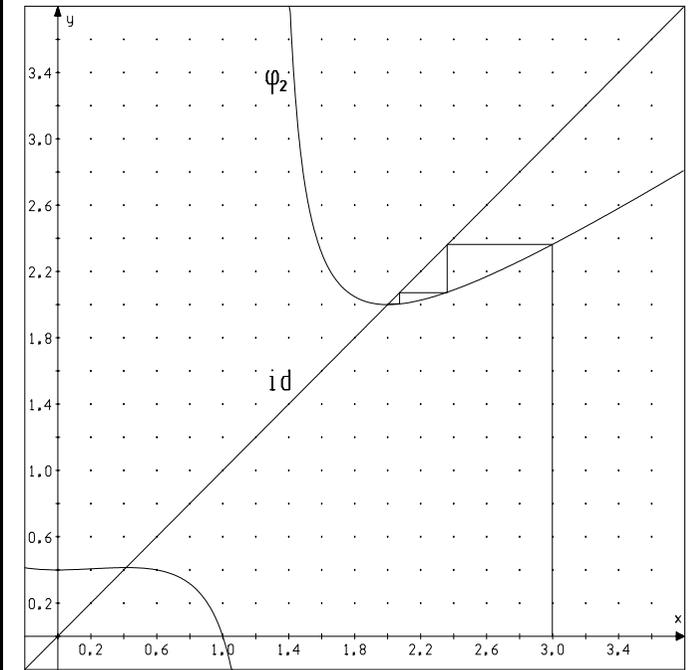
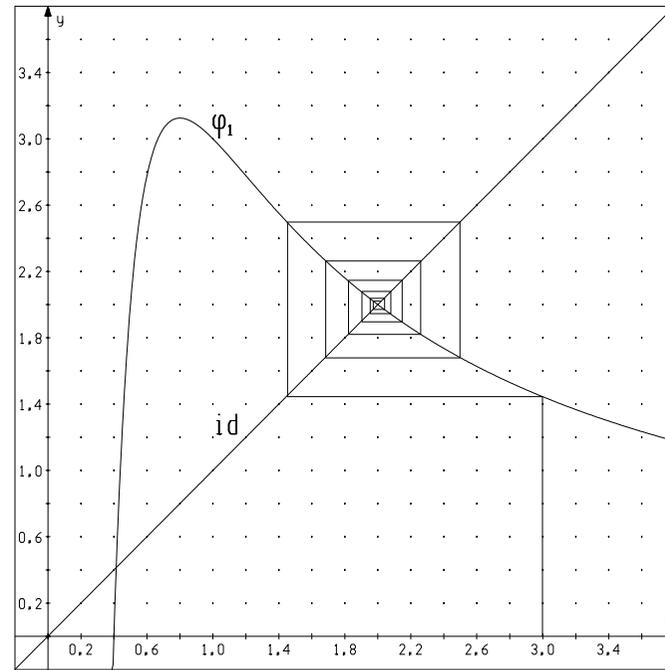
2 ist Lösung der Gleichung: $x^3 - 5 \cdot x + 2 = 0$

Graphisch dargestellt sind die möglichen Iterationsfunktionen φ_1 und φ_2 mit:

$$\varphi_1(x) = \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2}$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(x) &= x - \frac{x^3 - 5 \cdot x + 2}{3 \cdot x^2 - 5} \\ &= x - \frac{f(x)}{f'(x)} \end{aligned}$$

(φ_2 ist die Iterationsfunktion des einfachen Newtonverfahrens !)



Aufgabe:

Zeige für die oben definierten Iterationsfunktionen φ_1 und φ_2 , daß die Grenzwerte C_1 und C_2 existieren.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|\varphi_1(x_n) - 2|}{|x_n - 2|^1} =: C_1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|\varphi_2(x_n) - 2|}{|x_n - 2|^2} =: C_2$$

Formuliere eine Definition für den Begriff der **Konvergenzordnung!**

n	x_n	$\frac{ x_{n+1} - 2 }{ x_n - 2 }$	x_n	$\frac{ x_{n+1} - 2 }{ x_n - 2 }$	$\frac{ x_{n+1} - 2 }{ x_n - 2 ^2}$
1	3,000000		3,000000		
2	1,444444	0,555556	2,363636	0,363636	0,250000
3	2,502959	0,905325	2,075640	0,208011	0,363636
4	1,678392	0,639432	2,004441	0,058712	0,572031
5	2,269067	0,836629	2,000017	0,003783	0,776202
6	1,815099	0,687195	2,000000	0,000014	0,851919
7	2,147614	0,798340	2,000000	0,000000	0,857123
8	1,894537	0,714452	2,000000	??	??