

Problemlösen im Mathematikunterricht

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg
28. Oktober 2003

Arne Madincea
Herder-Oberschule Berlin

Thesen

zum Problemlösen im Mathematikunterricht



- Mathematik kann man nicht lernen, Mathematik kann man nur verstehen
- Der erklärende Lehrer ist der schlechte Lehrer

Problemlösen im Mathematikunterricht

Problemlösesituationen entstehen u.a. durch:

- komplexere (strategisch orientierte) Aufgaben
- unerwartete (Rechen-) Ergebnisse (Interpretationsbedarf)
- strukturelle Neugier
- Widersprüche auf der Basis des bisherigen Kenntnisstandes
- Rollenspiele
- konkreten Lösungsbedarf in Anwendungssituationen
- diskrepant-ungeordnete Begriffsfelder / mangelndes Begriffsrepertoire
- ungenügende sprachlich-begriffliche Präzision
- (bewußte) Verbindung verschiedener (mathematischer) Gebiete →

Fragen

an die Unterrichtsplanung und -gestaltung:

- Wie erzeugt man solche Problemlösesituationen ?
- Welche Themen sind geeignet ?
- Wie sollten geeignete Themen dargeboten werden ?
- Wie löst man das Problem der Motivation und der Reduktion des Lehreranteils ?
- Was sind sprachliche Erfordernisse / Impulsgebung unter dem Gesichtspunkt der minimalen Hilfe ?
- ?

Beispiele (1)

für Problemlösesituationen durch:

Komplexere (strategisch orientierte) Aufgaben

- Bogenlänge der Normalparabel
- Integration der Normalhyperbel
- Keplersche Faßregel
- **Schwerpunkt einer Fläche (Rotationsvolumina / Guldinsche Regel)**
- Doppelscherung (Kathetensatz des Euklid)
- Satz von Menelaos / Satz von Ceva
- Kugelteile
- Additionstheoreme
- **Übung zu Geraden / Kreisen und Schnittpunkten**
- Übung zu Geradengleichungen / Steigung / Winkeln
- Gleichungslösungen (Heron / Regula Falsi / Iterationsfunktionen) →

Beispiele (2)

für Problemlösesituationen durch:

Unerwartete (Rechen-) Ergebnisse (Interpretationsbedarf)

- Arkustangens
- Differenzierbarkeit
- Heronsche Dreiecksformel
- Keplersche Faßregel für ganzrationale Funktionen 3. Grades
- Absolute Extrema
- Krümmung einer Funktion [$f_4''(0,5) < f_4''(2)$]
- Bedingte Wahrscheinlichkeit (Krebsdiagnose)
- Klassische Stochastikprobleme (gerechte Teilung des Einsatzes / Geburtstagsproblem / ...)
- Viereckssatz des Ptolomaios
- Numerische Integration →

Beispiele (3)

für Problemlösesituationen durch:

Strukturelle Neugier

- Multiplikation in \mathbb{C}
- Funktionalisieren: Ableitungsfunktion / Integralfunktion
- Spatprodukt (Reihenfolge von Skalar- und Vektorprodukt)
- Geometrische Bedeutung von Skalar- / Vektor- / Spatprodukt (bzw. der Beträge)
- Ableitungs- und Integrationsregeln
- Regeln von de l'Hospital
- Multiplikation negativer Zahlen
- Potenzgesetze (Permanenzprinzip)
- Verallgemeinerter Satz des Pythagoras
- Umfangswinkelsatz
- Gruppe der perspektiven Ähnlichkeitsabbildungen →

Beispiele (4)

für Problemlösesituationen durch:

Widersprüche auf der Basis des bisherigen Kenntnisstandes

- Integration von f mit $f(x) = 1/x$
- Allgemeingültige / unlösbare Gleichungen
- Funktionstermbestimmung durch vorgegebene Bedingungen (unter- / überbestimmt)
- Umkehrbarkeit von f mit $f(x) = x^3$ - Definitionsbereich für dritte Wurzeln
- Stetige Differenzierbarkeit
- i / Wurzel aus -1 →

Beispiele (5)

für Problemlösesituationen durch:

Rollenspiele

- Hypothesenteste
- Konvergenznachweis für Folgen (Cauchysches Konvergenzkriterium)
- Konstruktionsbeschreibungen
- Schluß von der Stichprobe auf die Gesamtheit
- Allgemein: Übernahme der Schülerrolle →

Beispiele (6)

für Problemlösesituationen durch:

Konkreten Lösungsbedarf in Anwendungssituationen

- Extremwertaufgaben (Wasserrinne / ertrinkender Schwimmer)
- Sinus- / Kosinussatz
- Ölfassaufgabe
- Hühnerstallproblem (Funktionalgleichung)
- Kosten- / Gewinnfunktionen
- Differentialgleichungen (Fallschirmspringer / Rakete / Traktrix)
- Gotische Kirchenfenster
- Vierecksflächen
- Geometrische Abbildungen
- Fachübergreifende Problemstellungen (Physik) →

Beispiele (7)

für Problemlösesituationen durch:

Diskrepant ungeordnete Begriffsfelder / mangelndes
Begriffsrepertoire

- Schatzsucherpläne
- Parabeln / Quadratische Gleichungen
- Polynomdivision
- Funktionsbegriff
- Folgen
- Funktionsgrenzwerte
- Gebrochenrationale Funktionen (Asymptotenfunktionen)
- Flächeninhalte von Vierecken
- Dreiecksmessung
- Funktionenscharen / Standardfunktionen

→

Beispiele (8)

für Problemlösesituationen durch:

Ungenügende sprachlich-begriffliche Präzision

- Konstruktionsbeschreibungen (Sesamstraßenstunden)
- Satz - Kehrsatz / notwendig - hinreichend / Subjunktion und ihre Verneinung
- Gültigkeit von Sätzen (z.B.: Grenzwerte von Folgen; Differenzierbarkeit / Stetigkeit; Monotonie / Ableitung; Integrierbarkeit / Stammfunktion; ...)
- Ereignisalgebra
- Differentialquotient →

Beispiele (9)

für Problemlösesituationen durch:

(Bewußte) Verbindung verschiedener (mathematischer) Gebiete

- Brennpunkteigenschaft von Kegelschnitten
- Approximation der Binomialverteilung
- Lineare Optimierung
- Abstände
- Konstruktion (inkommensurabler) Streckenlängen; Goldener Schnitt →

Adressen:

- <http://www.madincea.privat.t-online.de>
- <http://www.herder-oberschule.de>
- Arne.Madincea@t-online.de
- madincea@mathematik.hu-berlin.de
- madincea@herder-oberschule.de

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!